

La Rendibilitat de la Recerca Bàsica

Manuel Castellet

No és fàcil d'establir una política de recerca adequada a una època de crisi econòmica. La tendència és, inevitablement, potenciar la recerca de rendibilitat més immediata, en certa manera la industrial i tecnològica, pensant que els èxits facilitin, encara que parcialment, la resolució de la crisi. La recerca fonamental, teòrica, pot ésser considerada com un luxe, apropiada només per als temps d'esplendor. Però, la recerca científica bàsica, no hem d'oblidar-ho, dona un gran rendiment a llarg termini. Intentaré explicar-ho amb un exemple que mostra la gran influència de la recerca matemàtica en la física i l'enginyeria.

És un fet establert des de fa segles que les interaccions entre diferents objectes produeixen forces; no gensmenys, malgrat la gran varietat d'objectes i partícules, sembla que les úniques forces a la natura essencialment diferents són les de la gravitació, les electromagnètiques i les nuclears. A l'igual que en altres àrees de la Física Teòrica el coneixement profund d'aquestes forces s'ha aconseguit via les Matemàtiques i l'eina essencial emprada ha estat l'estructura coneguda amb el nom de "fibrat", estudiada inicialment els anys 40 pels matemàtics Ch. Ehresmann, W. Hurewicz, H. Hopf i N. Steenrod.

Comencen per una mica d'història. La gravitació, una força molt feble, fou estudiada per primer cop sistemàticament per Galileo Galilei el segle 16, però fou Sir Isaac Newton qui, el 1665, en donà una descripció precisa: "La força amb què una partícula atrau una altra partícula és directament proporcional al producte de les masses de les partícules, inversament proporcional al quadrat de llur distància i dirigida segons la línia que uneix les dues partícules".

Les primeres observacions de fenòmens electromagnètics foren, probablement, les de Thales de Miletus, 600 anys abans de Crist, en constatar que sempre que es frega amb un drap de lla-

na una peça d'ambar, aquesta adquireix la propietat d'atreure petites partícules. L'electromagnetisme va romandre, però, una idea confusa fins el final del segle 18, entre altres raons per que hom creia que les forces només podien ésser transmises als objectes per acció directe o col.lisió. Fou Charles Augustin Coulomb qui establí la llei bàsica de l'electromagnetisme en termes anàlegs als de la gravitació.

Les forces nuclears han estat observades molt més recentment. El 1911 Ernst Rutherford va descriure l'àtom com compost per un nucli i un cert nombre d'electrons. No fou, però, fins el començament dels anys 50 que el nucli fou descrit amb precisió com format per protons i neutrons, els primers carregats positivament i els segons sense càrrega. El que impedeix que el nucli es desintegri és una força anomenada "interacció forta", que és negligible a distàncies superiors a 10^{-13} cm, és repulsiva a distàncies inferiors a $0,4 \cdot 10^{-13}$ cm i atractiva en els altres casos.

Recentment s'ha observat que aquests tres tipus de forces, en aparença tan diferents, poden estudiar-se matemàticament dins d'una mateixa estructura: la d'un "fibrat". Com que l'exposició d'aquesta estructura matemàtica seria excessivament sofisticada per a la majoria de lectors, intentaré explicar l'exemple de l'electromagnetisme només.

Per entendre el camp electromagnètic produït en el buit per partícules carregades necessitem quelcom més que la llei de Coulomb, com ja va observar James Clark Maxwell. De fet, un camp electromagnètic ve descrit per una "2-forma" sobre l'espai de Minkowski (espai de 4 dimensions, la quarta el temps), que és coneguda amb el nom de "tensor de Faraday" i les components de la qual ens donen la "intensitat elèctrica" i el "camp magnètic". Per raonaments topològics es veu que el tensor de Faraday és la vora d'una "1-forma" que es diu el "potencial del camp".

La qüestió és, ara, la següent: de quin tipus d'estructura hem de dotar l'espai de Minkowski, de tal manera que aquesta estructura ens dongui automàticament el tensor de Faraday i el potencial? Més encara, l'estructura buscada hauria d'ésser capaç de descriure els altres tipus de forces i estudiar amb precisió diversos fenòmens físics. Idees d'aquest tipus es discutien ja l'any 1919 a l'Eidgenössische Technische Hochschule de Zürich a l'entorn del gran matemàtic Hermann Weyl. En el cas concret de l'electromagnetisme, l'estructura adequada és el "fibrat trivial"

$$\begin{aligned}
 p: M \times SO(2) &\longrightarrow M \\
 (x, A) &\longmapsto x
 \end{aligned}$$

on M és l'espai de Minkowski i $SO(2)$ el grup de totes les rotacions del pla. Mitjançant aquest "fibrat trivial" és possible definir sençles "1-formes" i "2-formes" que ens donen el potencial electromagnètic i el tensor de Faraday, és a dir, la intensitat i el camp magnètic.

L'exemple anterior està expressament elementaritzat, per tal de fer-lo assequible. Els fibrats que cal considerar per interpretar altres forces i altres fenòmens físics no són tan senzills, no són "trivials". El seu estudi forma part del currículum dels estudiants de Matemàtiques de segon cicle i de doctorat, els quals tenen la possibilitat de fer recerca en aquesta àrea a les nostres Universitats. Les eines matemàtiques emprades en la teoria de fibrats tenen noms tan poc freqüents en la nostra societat com topologia, geometria diferencial, cohomologia de de Rahm, homotopia, ..., branques de les Matemàtiques amb gran activitat investigadora i que, malgrat llur catalogació com "Matemàtica pura" han mostrat una important aplicabilitat al món físic, és a dir, al món real.