

EL QUE PODRIA ESSER L'ENSENYAMENT DE LA MATEMATICA A  
L'INSTITUT ESCOLA

per P. Puig Adam

Presentació

En Pere Puig i Adam va néixer a Barcelona alhora que el segle XX<sup>e</sup>. Les seves activitats en tan diversos camps com són la Matemàtica, l'Enginyeria, la Música i la Pintura fan pensar més en un home del renaixement que no pas en un home de l'època de l'especialització a ultrança.

Va estudiar matemàtiques a la Universitat de Barcelona i tot just acabada la llicenciatura una enfermetat que llavors només es combatia amb repòs i muntanya el va recloure en un poblet del Pirineu amb uns quants llibres. No gaires, perquè sempre havia cregut que per fer matemàtiques només calia llapis, paper i un esperit somniador i tot això ho tenia en abundància.

En aquestes es va convocar a "oposición" la càtedra de matemàtiques de l'Institut de San Isidro de Madrid i el seu pare, amatent, li va enviar la convocatòria. Fou així com un desconegut jove de vint-i-dos anys arribat de la perifèria i en competència amb gent molt bregada de tot arreu es va instal·lar al San Isidro. Allí va començar la tasca de renovació dels mètodes de l'ensenyament de la matemàtica elemental, tasca que el va portar, anys després, a la presidència de la Societat Internacional per l'Ensenyament de la Matemàtica.

En Pere Puig Adam va entrar en contacte amb l'Institut-Escola de la Generalitat de Catalunya de manera en aparença fortuïta, però jo penso que no podia passar altrament. Pel maig de l'any 1936 un grup d'alumnes de l'I-E de Barcelona vam fer un viatge a Castella i vam anar a visitar la catedral de San Isidro i l'institut que hi havia al costat; com a tants llocs ha-

viem fet, vam cantar unes quantes de les cançons nostres i immediatament es va iniciar una amistat amb el Sr Puig que no s'estroncà mai més. Pocs mesos després, ja en plena guerra civil, en Puig Adam tingué dificultats a Madrid i se'n va venir cap a Barcelona on l'Institut-Escola i el Conseller de Cultura Ventura Gassol el van rebre amb els braços oberts. Fou així com esdevingué professor de l'I-E fins que l'any 39 l'Institut desaparegué. Es va identificar desseguida amb l'esperit d'aquella casa i es va incorporar a les seves activitats. Pel maig de l'any 37 va publicar al Butlletí de l'Institut Escola el següent article que ens sembla que pot ésser molt profitós de rellegir.

Joan Casulleras

El què podria ésser l'ensenyament de la Matemàtica a l'Institut-Escola

Hí ha algunes veritats en pedagogia que, qui sap si de tant repetir-les, han arribat a ésser, per a algunes orelles, cantarelles sense sentit. No estarà de més, potser, que comencem per "posar-les en solfa", per tal que no s'oblidin.

I. La finalitat de l'ensenyament secundari és més formativa que informativa, educativa més aviat que instrumental; per això, la suma de coneixements suministrats a l'alumne té menys importància que els mètodes emprats per a subministrar-los.

En fer especial esment de l'ensenyament secundari, no volem pas menysprear la importància dels mètodes en els altres graus d'ensenyament. El que succeeix és que, per importants que siguin, sempre constitueixen un mitjà per a l'adquisició de certes tècniques i de certs coneixements indispensables, sense els quals l'ensenyament es conceptuaria fracassat. En canvi, en l'ensenyament secundari els mètodes són l'essència mateixa,

i els coneixements un producte derivat, del volum del qual no depèn pas la qualitat i eficàcia de l'educació assolida.

Abans de traçar-nos un programa, és a dir, de pensar:

Què ensenyarem?, preguntem-nos, doncs: Amb quin fi? Com?

II. Amb quin fi? - La finalitat de l'ensenyament de la matemàtica en el batxillerat no és pas tan sols el cultiu de les facultats de raonament lògic, com s'ha cregut amb exclusivisme funest fins a començament de segle. Tot i fent-ho bé i amb oportunitat, reduir les matemàtiques el seu edifici lògic abstracte és oblidar-ne l'origen i el paper que representen en la filosofia natural. L'estudi matemàtic dels fenòmens naturals comporta tres fases: la primera de planteig, d'esquemàtizació, d'abstracció, en una paraula; la segona és la fase resolutiva de mecanisme lògic; la darrera és d'interpretació, de concreció.

Raonar amb abstraccions ja fetes, sense que sigui el mateix noi qui les faci primer i les projecti després a la vida real, és oblidar els orígens concrets de la matemàtica, és desconèixer que aquesta ha progressat sempre a empentes de la física, és contrariar la llei biogenètica segons la qual el desenrotllament de l'individu és una reproducció en petit del desenrotllament de l'espècie i, per tant, l'evolució del pensament de l'home ha de semblar-se a la que ha tingut el pensament de la humanitat.

Cultivem, doncs, també aquest doble procés d'abstracció i de concreció, no sols amb el planteig i resolució circumstancial de problemes de caràcter més o menys pràctic, sinó com a línia directriu de tot l'ensenyament matemàtic, començant per acumular, en els grups de primària, abundància d'experiències viscudes (procés experimental); seguim després substituïnt-les per experiències imaginades (procés intuïtiu), i deixem que se sedimentin poc a poc en el subconscient del

nen les abstraccions, per a fer-les aflorar en el moment oportú.

III. Com? - En les qüestions de mètode, més ben dit de mode, no ens deixem portar massa per apriorismes petulants. El nen és, en últim terme, qui assenyala els procediments a seguir. Les seves necessitats, les seves reaccions, ens diran quan és arribat el moment d'iniciar un mètode o d'emprar un mode especial d'ensenyament, i aquests canvis fem-los sempre de manera gradual, contínua, com és continu el desenrotllament espiritual de l'infant. Quan en tota tasca s'ha procurat sempre conèixer ben bé la matèria prima de què hom disposa, sembla mentida que s'hagi estat tant de temps sense fer el mateix amb la matèria prima de l'educació, que és el noi, i així, per exemple, estem cansats de veure emprar bruscament demostracions per reducció a l'absurd en edats en les quals el pensament realista del nen li impedeix de raonar sobre hipòtesis que no sols estan deslligades de la realitat, sinó que s'oposen a la realitat mateixa.

Tinguem també sempre en compte que el noi no és un recipient a omplir, sinó un potencial a convertir en moviment. Fem que senti la joia de descobrir, d'inventar; que una veritat trobada pel seu esforç tindrà més valor que cent veritats recopilades.

IV. Què ensenyarem? - En la qüestió de programa, de contingut, es presenta a la nostra consideració un altre punt de vista: la utilitat. Si l'eficàcia educativa de l'ensenyament matemàtic radica principalment en els mètodes, respectant aquests tindrem llibertat per a seleccionar els coneixements que prestin major utilitat, i així els dos punts de vista, utilitari i educatiu, que s'han presentat tantes vegades com contraposats sense ésser-ho, quedaran conjugats en una senzilla fórmula harmonitzadora: ensenyar coneixements útils amb mètodes educatius.

Ara bé; si el valor educatiu d'un mètode és invariànt, el valor utilitari del coneixement és funció del progrés i cal, per tant, tenir aquest en compte en la formació de programes, si volem posar el noi a to amb la vida moderna. No confonguem la tradició amb la rutina. Respectem aquells coneixements el valor tradicional dels quals radica en la seva pròpia fecunditat, i rebutgem sense por aquells altres que es reiteren en els programes tan sols per habitud hereditària. Donem pas a les innovacions que reclama el progrés, però pre-venim-nos sempre contra les novetats capritxoses.

Com a resum dels problemes generals didàctics, dels punts de vista esmentats per a enfocar-los, i de les lleis que se'n deriven, podríem establir el següent quadre sinòptic:

I. Finalitat.- On anem?	Punt de vista educatiu Valor de la matemàtica en el progrés humà.	Llei biogenètica.
II.Mètodes (camí) -Per no hi anirem?	Gènesi dels coneixements matemàtics de la humanitat.	
III.Mode.- Com hi anem?	Coneixement psicològic de l'infant.	Activitat (mode eurístic). Continuïtat (mode cíclic), etc.
IV.Programes.- Què collirem pel camí?	Valor pragmàtic de la matemàtica en la vida present i futura de l'infant.	Interès Utilitat.

Tot i tenint el detall programàtic menys importància que les directrius generals establertes, exposem a continuació, distribuïdes en cicles, les matèries que podrien ésser objecte de tractament en cada un dels set cursos de Batxillerat, amb lleus indicacions metodològiques, d'acord amb les premisses sentades. No cal dir que aquesta distribució està condicionada a la personalitat de cada grup d'alumnes i és, per tant, susceptible de les modificacions que la pràctica aconselli en cada cas.

### CICLE ELEMENTAL (CURSOS 1er, 2on, i 3er)

Aquest cicle constitueix una ampliació de l'ensenyament primari i s'ha organitzat pensant en aquells alumnes que han de lluitar aviat amb la vida, dedicats a la indústria, al comerç o a les dites carreres curtes. Els qüestionaris són, doncs, de tipus realista i de certa amplitud dintre de llur elementalitat. S'hi desenrotlla l'Aritmètica i la Geometria, arribant fins al lllindar de l'Àlgebra i Trigonometria. Hom dóna cert relleu a l'Aritmètica mercantil i s'inicia en la part de Geometria la representació gràfica de figures de l'espai.

Cal atendre a l'eficàcia formativa d'aquest cicle i imprimir a l'ensenyament un caràcter marcadament intuïtiu i eminentment pràctic, però no empíric, és a dir, es raonarà des del primer moment sobre objectes o imatges reals, i s'evitarà tota regla o fórmula donada amb caràcter receptari, com també les definicions de caràcter apriorístic.

#### PRIMER CURS

Numeració i les quatre operacions fonamentals amb enters i decimals. Propietats i aplicacions, fins a la resolució de problemes de regla de tres simple per reducció a la unitat (no serà encara desenrotllada la teoria de la propor-

cionalitat).

Sistema mètric i monetari espanyol. Mesures d'angles i temps.

Operacions amb incomplexos i complexos.

Les quatre operacions amb trencats senzills.

Observació i anàlisi de les formes geomètriques corrents en la vida ordinària i llurs propietats més remarcables. Maneig dels instruments geomètrics usuals. Primeres construccions fonamentals amb els mateixos.

Càlcul d'àrees de figures planes senzilles. Volum del prisma recte rectangular.

Nota: S'iniciarà l'alumne a servir-se de lletres per a expressar les fórmules senzilles d'àrees així com algunes propietats generals de les quatre operacions fonamentals. Es posarà abundància d'exercicis d'aplicació a la vida corrent i es faran amb freqüència pràctiques de càlcul mental. En el maneig d'instruments i construccions convé un acord amb el pla de la classe de dibuix.

### SEGON CURS

Repàs breu del curs anterior amb especial insistència sobre el sistema mètric.

Potenciació. Extracció de l'arrel quadrada.

Divisibilitat. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple per descomposició en factors primers.

Operacions amb fraccions ordinàries. Conversió a decimals.

Proporcionalitat. Raons i proporcions. Regla de tres simple i composta, i primeres aplicacions (percentatges i interès).

Desenrotllament intuïtiu de la Geometria plana fins a l'equivalència i àrees, teorema de Pitàgoras, semblança, i primeres relacions i construccions mètriques que se'n deriven.

Nota: Anàlogues observacions a les del curs anterior. Convé introduir el concepte de funció en parlar de la proporcionalitat, i enllaçar en l'exposició aquesta teoria amb la de la semblança geomètrica. Es posaran exercicis d'aplicació d'aquesta a plànols, mapes i escales, procurant, si els coneixements de dibuix del noi ho permeten, que arribi a realitzar algun plànol senzill (cambres, plantes de cases, etc.).

### TERCER CURS

Ràpid repàs dels cursos anteriors.

Càlcul mental i pràctic. Senzilla idea de les màquines de calcular.

Aritmètica mercantil i primers rudiments de l'Àlgebra.

Iniciació de la representació gràfica de funcions senzilles, especialment les gràfiques de proporcionalitat i de la vida diària.

Sinus, cosinus i tangent. Resolució de triangles senzills, mitjançant el maneig de taules de simple entrada.

Desenrotllament intuïtiu de la Geometria de l'espai, fins a la construcció amb cartolina, àrea i volum dels cossos geomètrics elementals. Notícia elemental de les còniques.

Breu idea de la representació de cossos corrents en posicions senzilles. Exercicis de dibuixos i de lectura de plànols en combinació amb la classe de dibuix (perspectiva cavallera, planta i elevació d'objectes de forma senzilla, plànols acotats, corbes de nivell).

Nota: Els primers rudiments d'Àlgebra no sobrepassaran dels coneixements necessaris per a resoldre equacions lineals senzilles i podran intercalar-se entre els problemes d'Aritmètica mercantil que hi tinguin relació. Així, per exemple, els nombres positius i negatius podran introduir-se a propòsit dels comptes corrents; les primeres equacions lineals i transformacions poden presentar-se amb els problemes d'interès i descompte que proporcionen també ocasió d'iniciar l'alumne al maneig de taules. S'arribarà fins a la resolució de problemes corrents sobre monedes, canvis, etc., prenent dades de la premsa diària.

#### CICLE NORMALISTA (CURSOS 4rt i 5è )

Es caracteritza per la iniciació al mètode racional abstracte i coincideix amb l'aparició de l'adolescència i consegüent creixement de les facultats físiques i intel·lectuals de l'alumne.

Es desenrotlla en aquest cicle l'Àlgebra i la Trigonometria elementals i es donen nocions de Agrimensura i Topografia.

Alguns capítols de l'Aritmètica i de la Geometria serveixen de base per a la introducció del mètode racional, no essent precisa, per als fins que es persegueixen, la revisió total, per aquest mètode, d'aquelles disciplines. No importa ací la quantitat, i basten, com s'ha dit, alguns capítols que siguin model de claredat i de rigor, ja que l'objecte principal és despertar l'esperit deductiu i crític en l'escolar.

De pas que amplia els seus coneixements, el futur alumne normalista adquireix així en aquest cicle una idea del caràcter de la Matemàtica abans d'abandonar el Batxillerat, per a ingressar a les Escoles del Magisteri.

No incloem en aquest cicle ni en el següent la Cosmografia per ésser objecte d'ensenyament a part en aquest Institut.

#### QUART CURS

Funcions racionals. Les quatre operacions fonamentals amb polinomis i fraccions algèbriques senzilles. Equacions i sistemes de primer grau. Representació gràfica de la funció linial i resolució gràfica de les equacions i sistemes linials. Aplicacions.

Funcions irracionals. Càlcul amb radicals. Equacions de segon grau. Representació de funcions de segon grau senzilles. Funció exponencial i logarítmica. Exponents negatius i fraccionaris. Càlcul logarítmic. Taules. Regles de càlcul. Progressions. Interès compost i anualitats.

Funcions circulars i trigonomètriques. Relacions fonamentals; addició d'arguments. Taules. Resolució de triangles rectangles i obliquangles.

Nocions d'Àgrimensura i Topografia.

Nota: Es procurarà no recarregar massa la part de Càlcul literal. Basta deixar-la reduïda als coneixements indispensables per al maneig de les equacions que han d'ésser resoltes després i per a les transformacions necessàries en les fórmules de Física.

Si és possible, es farà, amb l'ajut d'aparells topogràfics senzills, algun aixecament de pla d'una extensió petita de terreny.

Es ponderaran els exercicis de caràcter abstracte amb els problemes de plantejament, graduant i metoditzant la dificultat d'aquests.

Es procurarà que l'alumne adquireixi certa desimboltura en el maneig de taules.

## CINQUÈ CURS

Iniciació al mètode racional amb el desenrotllament lògic dels començaments de l'Aritmètica i de la Geometria. En Geometria es pot arribar fins a les propietats i construccions de les figures planes, traïngles, quadrilàters i polígons regulars. En Aritmètica, fins a la teoria euclídea de la divisibilitat.

Resum sistemàtic de les ampliacions ja vistes del concepte del nombre. Idea del nombre irracional i definició matemàtica de la longitud de la circumferència.

Mètodes generals de resolució de problemes matemàtics. Plantejament i discussió. Mètodes especials de la Geometria mètrica. Problemes de demostració i de construcció. Llocs geomètrics.

Nota: Aquest curs, com es veu, és de caràcter essencialment metodològic i, per tant, abans d'iniciar l'estudi racional de la Geometria, es posarà de manifest, amb exemples adequats, la diferència entre els mètodes experimental inductiu i racional o deductiu, fent comprendre la insuficiència de la intuïció i de l'experiència com a fonts del coneixement científic. S'establirà la distinció clara entre axiomes o postulats i teoremes.

S'observarà la formació de cadenes deductives, estudiant les relacions entre teoremes directes, recíprocs i contrarecíprocs, el mètode de reducció a l'absurd i el principi general de reciprocitat a mesura que vagin sorgint aquests conceptes en l'exposició lògica. És essencial que l'alumne arribi a demostrar per si mateix proporcions senzilles graduant-les convenientment.

## CICLE SUPERIOR

L'exposició tindrà ja caracter racional, però els exemples seran, en tot el possible, concrets, i es procurarà projectar els problemes en el pla de la realitat. En lloc de tornar a desenrotllar racionalment tots els coneixements adquirits anteriorment pel mètode intuïtiu, bastarà recordar-los sistemàticament amb la depuració de conceptes fonamentals feta en el curs anterior i considerar les propietats ja conegudes

en el cicle elemental com base axiomàtica de partida per a l'estudi de noves teories. Entre aquestes, s'han tingut en consideració no solament les de caràcter preponderantment teòric i formatiu, sinó també algunes d'interès informatiu i pràctic, com els rudiments d'estadística i probabilitat tan indispensables per a les ciències econòmiques i socials que adquireixen de dia en dia més gran relleu, les nocions de perspectiva en relació amb la projectivitat, etc.

#### SISÉ CURS

Breu repàs i ampliació del Càlcul literal. Valor numèric d'un polinomi. Identitat de polinomis. Potència d'un binomi. Combinatòria i rudiments de probabilitat i estadística. Repàs i ampliació d'equacions. Equacions biquadrades. Sistemes de grau superior al primer.

Repàs i ampliació de Geometria mètrica. (Àrees i volums. Mesura, magnitud i proporcionalitat. Semblança en el pla i en l'espai. Propietats mètriques deduïdes de la semblança. Estudi mètric de les seccions còniques).

Rudiments de Geometria analítica. Equacions amb coordenades rectangulars de la recta. Pla, circumferència, esfera. Equacions reduïdes de les còniques. Representació i variació de la funció entera de segon grau.

#### SETÉ CURS

Repàs del curs anterior, amb insistència en els conceptes de mesura, magnitud i proporcionalitat. Ampliacions successives del concepte del nombre.

Nombre real. Límits. Nocions sobre sèries. Definició matemàtica dels nombres  $e$  i  $i$ .

Càlcul aproximat.

Vectors i nombres complexos fins a la fórmula de Moivre.

Breus nocions de teoria de funcions. Continuïtat. Noció de derivada i la seva interpretació geomètrica i cinemàtica, amb aplicacions a algun problema senzill de màxims i mínims. Derivació de funcions enteres. Noció d'integral definida com a valor d'una àrea. Integració de funcions enteres i aplicacions senzilles al càlcul d'àrees i volums.

Ampliació de l'estudi rudimentari dels sistemes de representació fet en el tercer curs, amb algunes nocions de perspectiva i projectivitat.

Nota (comuna als cursos 6<sup>è</sup> i 7<sup>è</sup>). Convindrà intercalar notes històriques que donin idea del desenvolupament de la ciència matemàtica a través dels segles. Es procurarà que el caràcter racional de l'ensenyament no aïlli l'alumne de la matemàtica de la vida real, i s'harmonitzaran els exercicis de caràcter abstracte amb els d'aplicació. Entre aquests últims es tornaran a repetir exercicis d'aritmètica mercantil, segurs, finances, etc. En el càlcul aproximat interessa sobretot que l'alumne adquireixi el sentit del grau d'aproximació amb què opera, evitant l'inútil arrossegament de xifres il·lusòries tan característic en els càlculs "de llum" en aquestes edats. Res millor, per a aquest fi, que fer-los calcular àrees i volums de figures i cossos geomètrics reals prenent-ne les mesures necessàries i fent-los precisar l'aproximació del resultat.