

LA GEOMETRIA DEL TRIANGLE

El problema de Fagnano

L'any 1775 Fagnano proposà i resolgué, mitjançant tècniques de càlcul diferencial, el problema d'inscriure dins d'un triangle fix d'angles aguts, un triangle de perímetre mínim. La construcció geomètrica elemental que ens permet d'incloure'l dins d'aquesta secció fou deguda a L. Fejer.

Suposem, doncs, un triangle ABC com el de la figura i un

punt U qualsevol del costat BC.

Posem U' i U'' les imatges reflectides de U segons AC i AB.

Per a un triangle qualsevol U'WV tenim la relació

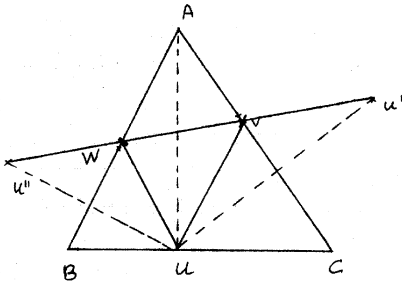
$$UV - VW - UW = U'V - VW - U''W,$$

és a dir, el perímetre del triangle UVW coincideix amb una suma de distàncies que serà mínima, i igual a U'U'' quan W i V estiguin sobre la recta U''U'.

Per la construcció del triangle

AU''U', es té $AU'' = AU' = AU$ i, per tant, U''U' és mínima quan AU ho és, és a dir AU és l'altura desde A.

D'aquesta manera, triant així U, tenim un únic triangle inscrit UVW de perímetre mínim. Fent la mateixa construcció a partir de B i C trobariem que BV i CW són les altures desde B i C, i, per tant, que el triangle buscat és el triangle òrtic de ABC.



Jaume Moncasi