

OLIMPIADA MATEMÀTICA 1981

Conjuntament amb la Real Sociedad Matemática Española, la Secció de Matemàtiques de la Societat Catalana de Ciències va convocar per als dies 24 i 25 d'abril passat la primera fase de l'Olimpiada Matemàtica 1981.

El tribunal fou format per Josep Vaquer (U. Barcelona), Manuel Castellet (U. Autònoma Barcelona) i Eduard Recasens (I.N.B. Montserrat).

Podien presentar-s'hi tots els alumnes que estiguessin matriculats de C.O.U. al districte universitari de Catalunya.

A aquesta primera fase es poden classificar fins a tres candidats que tindran dret a una borsa per estudiar Matemàtiques a qualsevol universitat d'Espanya.

Aquests tres candidats classificats es podran presentar a la fase final en la qual es concediran tres premis en metàlic.

Enguany a Catalunya les proves s'han fet a quatre llocs:

A Barcelona: Institut Milà i Fontanals

A Girona: Institut Salvador Espriu

A Lleida: Institut Samuel Gili i Gaya

A Tarragona: Institut Martí i Franquès

Han actuat de coordinadors a Girona, Lleida i Tarragona els senyors Barceló, Varela i Alejandro, respectivament.

En el proper Butlletí donarem una informació completa dels resultats d'aquesta primera fase. Incloem, ara, aquí, els sis exercicis que els foren proposats als concursants.

- Tres nombres diferents posats en un cert ordre estan en progressió aritmètica i posats en un altre ordre estan en progressió geomètrica. Busqueu la raó d'aquesta progressió geomètrica. $-2 \left(0 - \frac{1}{2}\right)$

- Calculeu

$$\int_3^6 (E[x] - \sqrt{x-E[x]}) dx = 12 - 3 \int_0^1 \sqrt{x} dx = 12 - \frac{2}{3}$$

on $E[x]$ designa la part entera del nombre real x .

- Un trapezi té els dos vèrtexs C i D d'una base fixos. L'altra base AB és de longitud constant i la suma de les longituds dels costats CA i DB també és constant. Trobeu quina figura descriu el punt M intersecció de les rectes CA i DB. *Una el·lipse*
- Direm que un poliedre és "regular" si totes les cares són polígons del mateix nombre k de costats i a cada vèrtex hi concòrren el mateix nombre n d'arestes. Utilitzant que el nombre de cares menys el d'arestes més el de vèrtexs és dos, demostreu que els únics poliedres regulars són el tetràedre, l'exàedre, l'octàedre, el dodecàedre i l'icosàedre.
- Tres jugadors convenen que quan un perdi una partida donarà a cada un dels altres la quantitat de diners que en aquell moment tinguin. Després de jugar tres partides, cada un d'ells n'ha perduda una i es retiren amb 40 duros cada un. Quants diners tenia cada un d'ells al començar? *20, 35, 65.*
- Sigui A l'àrea d'un pentàgon regular i a l'àrea del pentàgon format per les diagonals del primer. Demostreu que

$$a = A \left(\frac{\sin 180}{1 - \sin^2 180} \right)^2$$