

Com cal escriure en matemàtiques*

PAUL R. HALMOS**

Resum En aquest celebrat article, Halmos exposa la seva visió, alhora molt personal i plena de sentit comú, sobre algunes qüestions relacionades amb l'activitat de produir material escrit en matemàtiques, tant en un sentit global (planificació, organització, actitud envers el lector) com en allò que és més local i afecta l'ús del llenguatge, la notació, els signes de puntuació, etc.

Paraules clau: escriure, estil, exposició, comunicació, organització.

Classificació MSC2000: 00A99.

Introducció

Aquest és un assaig subjectiu, de manera que el títol resulta enganyós; un títol més honest seria «com escric jo en matemàtiques». Va començar en un comitè de l'AMS, al qual vaig pertànyer durant un curt període de temps, però ràpidament es va convertir en un projecte personal que em va arribar a dominar. En un esforç per controlar-lo, vaig demanar a alguns amics que el llegissin i el criticuessin. Les crítiques van ser excel·lents; eren agudes, honestes i constructives; i eren contradictòries. «No hi ha prou exemples concrets», deia l'un; «no crec que calguin més exemples concrets», deia l'altre. «Massa llarg»,

* Article publicat a *L'enseignement mathématique* (vol. 16, 1970, 123-152). Agraïm als editors d'aquesta revista l'amable autorització per a publicar-lo en català. La traducció i les notes són de Josep Maria Font.

** Paul R. Halmos (1916-2006), matemàtic americà d'origen hongarès, ha escrit articles i llibres, alguns de molt reeditats, i és especialment conegut com a escriptor expositiu, aspecte pel qual ha rebut diversos premis. Va ser editor de l'*American Mathematical Monthly* (1982-1986). La seva autobiografia [5] dona una mostra molt vívida del que és —era— un «professional» de les matemàtiques, en el ple sentit del terme, durant el segle passat.

va dir un; «potser caldria més material», va dir un altre. «Hi ha un mètode tradicional (i efectiu) per a rebaixar l'ensopiment de les proves llargues, trencar-les en una sèrie de lemes», va dir un. «Una de les coses que més m'irriten és el costum (especialment dels principiants) de presentar una demostració com una llarga sèrie de lemes ensopits elaborats detalladament», va dir un altre.

Tots els meus consellers van coincidir en una cosa: escriure un assaig com aquest serà per força una feina desagradada. Conseller 1: «Quan un matemàtic ha escrit el seu segon article, ja està convençut que sap com s'han d'escriure els articles i reaccionarà als consells amb impaciència.» Conseller 2: «Em fa l'efecte que tots nosaltres, secretament, pensem que, si hi paréssim atenció, podríem ser realment uns escriptors de primera. Gent que són ben modestos sobre el nivell de les seves matemàtiques aixecaran la cresta si es qüestiona la seva capacitat per a escriure bé.» El conseller 3 va emprar el llenguatge més directe; em va advertir que, ja que no puc mostrar una gran profunditat intel·lectual en una discussió sobre tècnica d'escriptura, no m'hauria de sorprendre «el menyspreu que recolliràs d'alguns dels nostres col·legues més condescendents».

Els meus consellers són matemàtics ben establerts i coneguts. Unes paraules de reconeixement aquí per part meva no afegirien ni un mil·límetre a la seva talla, però qualsevol malentès en interpretar els seus consells, treure'ls de context o aplicar-los equivocadament els podria preocupar i incomodar. Per això he preferit el procediment, no gens acadèmic, de citar sense nom i agrair sense nom. No per això els estic menys agraït, ni estic menys disposat a reconèixer que sense llur ajut aquest assaig hauria estat pitjor.

«Hier stehe ich; ich kann nicht anders.»¹

1 No hi ha receptes, i què són

Jo em crec capaç d'explicar a algú com cal escriure, el que no sé és qui em voldrà escoltar. La capacitat per a comunicar eficaçment, el poder de ser intel·ligible, crec que són congènits o que, en tot cas, s'adquireixen tan aviat, que quan algú llegeixi les meves assenyades opinions sobre el tema segurament restarà invariant. Entendre un sil·logisme no és una cosa que es pugui aprendre; o neixes amb aquesta capacitat o no. Semblantment, l'exposició eficaç no és un art que es pugui ensenyar; alguns ho poden fer i altres no. No hi ha receptes per a escriure bé.

Aleshores, per què continuar? Una petita raó és l'esperança que el que acabo de dir no sigui del tot cert; i, de tota manera, voldria una oportunitat per a provar de fer el que potser no es pot fer. Una raó més pràctica és que en altres arts que requereixen un talent innat, fins els més dotats, que el tenen de naixement, normalment no neixen amb un coneixement exhaustiu de tots els trucs de l'ofici. Uns assaigs com aquest poden servir per a «recordar» (en el sentit de Plató) als qui volen ser, i estan destinats a ser, els escriptors

¹ En alemany a l'original. És la frase amb què Martí Luter va acabar la seva defensa davant la dieta de Worms (1521). Ve a dir: «Aquesta és la meva posició; no en puc tenir una altra.»

expositius del futur les tècniques que els escriptors del passat van considerar útils.

El problema bàsic per a escriure en matemàtiques és el mateix que per a escriure en biologia, escriure una novel·la o escriure les instruccions per a construir un clavicèmbal: el problema és comunicar una idea. Per a fer-ho, i fer-ho amb claredat, s'ha de tenir alguna cosa a dir, s'ha de tenir algú a qui dir-ho, s'ha d'organitzar el que es vol dir, s'ha d'organitzar l'ordre en què es vol dir, s'ha d'escriure, reescriure, reescriure unes quantes vegades, i s'ha d'estar disposat a pensar intensament i a treballar durament en detalls mecànics com la dicció, la notació, la puntuació. Això és tot.

2 Digueu alguna cosa

Pot semblar superflu insistir que per tal de dir alguna cosa bé cal tenir alguna cosa a dir, però no és un acudit. Molta literatura dolenta, matemàtica i en general, és el resultat de la violació d'aquest principi bàsic. Igual que hi ha dues maneres que una successió no tingui límit (no tenir cap punt d'acumulació o tenir-ne molts), hi ha dues maneres que un escrit no tingui tema (cap idea o massa idees).

El primer defecte és el més difícil de detectar. És difícil escriure moltes paraules sobre res, especialment en matemàtiques, però es pot fer, i el resultat segur que serà difícil de llegir. El clàssic i delirant llibre de Carl Theodore Heisel [6] pot servir com a exemple. És ple de paraules escrites correctament i encadenades en frases gramaticalment correctes, però després de tres dècades de llegir-lo ara i adés encara no he estat capaç de llegir-ne dues pàgines consecutives i resumir en un paràgraf el que diuen; el motiu, em penso, és que no diuen res.

El segon defecte és molt corrent: hi ha molts llibres que violen el principi de tenir quelcom a dir per intentar dir massa coses. Els professors de matemàtiques elementals dels Estats Units es queixen sovint que tots els llibres de càlcul són dolents. Aquest és un cas del que deia. Els llibres de càlcul són dolents perquè no existeix un tema com «el càlcul»; no és un tema perquè són molts temes. El que avui anomenem càlcul és la reunió d'unes pinzellades de lògica i teoria de conjunts, una mica de teoria axiomàtica de cossos ordenats complets, geometria analítica i topologia, això darrer tant en el sentit «general» (límits i funcions contínues) com en l'àlgebraic (orientació), teoria de variable real pròpiament dita (diferenciació), la manipulació combinatòria de símbols anomenada integració formal, unes beceroles de teoria de la mesura en dimensió baixa, una mica de geometria diferencial, els primers passos de l'anàlisi clàssica de les funcions trigonomètriques, exponencial i logarítmica, i, segons l'espai disponible i les inclinacions personals de l'autor, unes receptes d'equacions diferencials, mecànica elemental, i una petita selecció de matemàtica aplicada. Escriure un bon llibre sobre qualsevol d'aquests temes no és difícil; sobre la barreja, impossible.

La petita joia de Nelson [8] on prova que una funció harmònica fitada és constant i el monumental tractat de Dunford i Schwartz [3] sobre anàlisi funcional són exemples d'escriure matemàtics que tenen quelcom a dir. El treball de Nelson no arriba a la mitja pàgina, i el de Dunford-Schwartz és més de quatre mil vegades més llarg, però en cada cas és clar que els autors tenien una idea no ambigua del que volien dir. El tema és clarament definit; és un tema; és consistent; és alguna cosa a dir.

Tenir quelcom per dir és l'ingredient més important, amb diferència, de la bona exposició —tant que, si la idea és prou important, el treball podria arribar a ser immortal fins i tot si és desorganitzat i expressat d'una manera poc elegant. La demostració de Birkhoff [1] del teorema ergòdic és confusa en grau gairebé màxim, i la «darrera carta» de Vanzetti [10] és vacil·lant i poc fluida, però segur que qualsevol que les llegeixi s'alegrarà que s'hagin escrit. Espavilar-se només amb el primer principi, de tota manera, només es possible molt rarament, i mai no és desitjable.

3 Parleu per a algú

El segon principi de la bona escriptura és escriure per a algú. Quan decidiu escriure alguna cosa, pregunteu-vos a qui voleu arribar. Esteu escrivint una entrada en un diari personal, una carta per a un amic, un anunci de recerca per a especialistes o un llibre de text per a alumnes de primer cicle? Els problemes són gairebé els mateixos en tots els casos; el que canvia és la quantitat de motivació que hi haureu de posar, el grau d'informalitat que us podreu permetre, l'exigència en els detalls que serà necessària, i la quantitat de vegades que haureu de repetir les coses. Tot escrit és influenciat per l'audiència, però, donada l'audiència, el problema de l'autor és comunicar-s'hi tan bé com pugui.

Les editorials saben que vint-i-cinc anys signifiquen un envelliment respectable per a molts llibres de matemàtiques; per a articles de recerca, l'edat d'obsolescència és, a ull, cinc anys. (Evidentment, hi pot haver articles de cinquanta anys encara vius i llibres que moren en cinc.) L'escriptura matemàtica és efímera, certament, però, si voleu arribar a la vostra audiència actual, heu d'escriure com si fos per a l'eternitat.

A mi m'agrada especificar la meua audiència no solament en un sentit vague, ampli (per exemple, topòlegs professionals, o alumnes de segon), sinó també en un sentit molt específic i personal. A mi m'ajuda pensar en una persona, potser en algú amb qui vaig discutir el tema fa dos anys, o potser en un bon col·lega, pacíficament obtús, i tenir-lo present mentre escric. En aquest assaig, per exemple, espero arribar a graduats en matemàtiques que estan a punt de començar el seu treball de tesi, però, al mateix temps, mentalment tinc un ull posat en un col·lega meu que té un estil francament millorable. Evidentment, espero que (*a*) es convertirà al meu estil, però que (*b*) no s'ofendrà si reconeix que escric per a ell.

Això d'adreçar-se a una audiència molt específica té avantatges i inconvenients. Un gran avantatge és que facilita la necessària lectura del pensament;

un desavantatge és que resulta temptador caure en comentaris polèmics o sarcàstics i en acudits per a iniciats. El que vull dir amb el desavantatge és obvi, i és òbviament dolent; eviteu-ho. L'avantatge necessita una mica més d'explicació.

L'escriptor ha d'anticipar-se i evitar les dificultats del lector. Mentre escriu, ha d'anar intentant imaginar què hi ha en les paraules que escriu que podria confondre el lector i què l'il·luminarà. Més endavant donaré alguns exemples d'un parell de coses d'aquestes; ara insisteixo que tenir un lector específic al cap és no ja útil, sinó essencial per a aquest aspecte de la feina de l'escriptor.

Potser no caldria dir, però no farà cap mal, que l'audiència realment aconseguida pot diferir de la buscada. Res no garanteix que la intenció de l'autor serà sempre perfecta. Mantinc que és millor tenir un blanc definit i encertar-ne algun altre que tenir un blanc massa ampli o massa vague i no tenir oportunitat d'encertar-lo. Prepareu-vos, apunteu, dispareu, i esperem que encerteu un blanc: el blanc a què apuntàveu, si pot ser, però com a mínim que n'encerteu algun.

4 Primer, organització

La contribució principal que un escriptor expositiu pot fer és organitzar i presentar el material de manera que es minimitzi la resistència i es maximitzi la comprensió del lector i hom el faci anar endavant sense distraccions involuntàries. Quin és, al capdavant, l'avantatge d'un llibre sobre una pila de separates? Resposta: una ordenació agradable i efectiva, èmfasi on calgui l'èmfasi, indicacions sobre interconnexions i la descripció dels exemples i dels contraexemples en què es basa la teoria; en una paraula, organització.

El descobridor d'una teoria, que no cal dir que pot ser el mateix que l'exposa, pot haver-hi topat precipitadament, ineficientment, gairebé per atzar. Si no hi hagués manera de retallar, de consolidar i de redistribuir el descobriment, cada estudiant hauria de recapitular-lo, no es guanyaria res recolzant-se «sobre les espatlles de gegants»² i no tindriem mai temps per a aprendre coses noves que la generació anterior no sabés.

Un cop sabeu el que voleu dir, i a qui ho voleu dir, el pas següent és fer un esquema. Segons la meva experiència, això acostuma a ser impossible. L'ideal seria un esquema que contingués cada discussió heurística preliminar, cada lema, cada teorema, cada corollari, cada remarca, cada prova, i on totes aquestes peces apareguessin en un ordre que fos alhora correcte lògicament i digerible psicològicament. En l'organització ideal hi ha un lloc per a cada cosa i cada cosa és al seu lloc. L'atenció del lector es manté perquè abans se li ha dit què ha d'esperar i, al mateix temps, en aparent contradicció, van apareixent sorpreses agradables que no es podien predir a partir de les definicions pelades. Les parts encaixen, i encaixen perfectament. El lemes són allà on calen

² Al·lusió a la frase «Si he pogut veure més enllà, és perquè he pujat damunt les espatlles de gegants», feta famosa per una carta de Newton, encara que la idea en si tingui un origen molt més antic.

i les interconnexions entre teoremes són visibles. L'esquema diu on van totes aquestes coses.

Jo faig una petita distinció, potser innecessària, entre organitzar i ordenar. Organitzar un tema vol dir decidir quins són els titulars i els subtítulars, què va a sota de cadascun i quines són les connexions. Un diagrama de l'organització és un graf, molt probablement un arbre, però gairebé segur que no és una cadena. Hi ha moltes maneres d'organitzar la majoria dels temes, i normalment hi ha diverses maneres de disposar els resultats de cada mètode organitzatiu en un ordre lineal. L'organització és més important que l'ordenació, però aquesta sovint té un valor psicològic.

Una de les felicitacions més entusiastes que he enviat a un autor va sorgir d'un fracàs; vaig muntar un curs basat en un llibre seu i va resultar un bunyol. Tot va començar perquè al llibre hi havia una secció que no m'agradava, així que la vaig saltar. Tres seccions més endavant vaig necessitar un petit fragment del final de la secció omesa, però vaig poder donar una prova diferent fàcilment. Una cosa semblant va passar un parell de vegades més, però en cada cas una mica d'astúcia i un o dos conceptes *ad hoc* van tancar el forat. Ara bé, al capítol següent va aparèixer quelcom diferent, on no es necessitava un tros de la secció omesa, sinó el fet que els resultats d'aquella secció es podien aplicar a dues situacions molt diferents. Això era gairebé impossible d'arreglar i de seguida ens vam trobar en un caos. L'organització del llibre era compacta; les coses eren allà perquè es necessitaven; la presentació tenia aquella mena de coherència que facilita la lectura i la comprensió. Al mateix temps, els fils que ho aguantaven tot no saltaven a la vista; només es van veure quan es va desmuntar una part de l'estructura.

Fins els autors menys organitzats fan un esquema groller i potser no escrit; al capdavall, el tema mateix és un esquema del llibre, fet d'un sol concepte. Si sabeu que voleu escriure sobre teoria de la mesura, ja en teniu un esquema en quatre paraules, i això ja és alguna cosa. Un esquema provisional dels capítols és quelcom millor. Podria anar així: els parlaré de conjunts, i després sobre mesures, i després sobre funcions, i sobre integrals. En aquests moments voldreu prendre algunes decisions que, malgrat tot, poden haver de reconsiderar-se més endavant; per exemple, podeu decidir excloure'n la probabilitat, però incloure-hi la mesura de Haar.

En cert sentit, la preparació d'un esquema us pot ocupar anys o, com a mínim, moltes setmanes. Per a mi, passa molt temps entre el primer i joïós moment en què se m'acut la idea d'escriure un llibre i el primer i dolorós moment en què m'assec i començo a fer-ho. Entretant, mentre segueixo fent la meva feina rutinària, vaig somniant el nou projecte i, a mesura que em vénen idees sobre aquest les vaig gargotejant en paperets que vaig ficant tal qual dins d'una carpeta. Aquí, una «idea» pot ser un camp de les matemàtiques que crec que podria ser-hi inclòs o un apunt sobre notació; pot ser una prova, pot ser una paraula hàbilment descriptiva, o pot ser un acudit o un comentari enginyós que espero que no quedarà malament, sinó que donarà vigor al que vull dir, ho remarcarà i ho exemplificarà. Quan el moment dolorós finalment arriba,

almenys tinc la carpeta; jugar al solitari amb els bocins de paper pot ser un gran ajut per a preparar l'esquema.

En l'organització d'un escrit, el problema de què cal incloure-hi és tan important com el de què cal excloure'n; massa detall pot ser tan descoratjador com no gens. Remarcar els punts sobre les is menys importants, a l'estil de l'antiquat *Cours d'analyse* en general i de Bourbaki en particular, pot satisfer tan poc l'autor, que de tota manera ho entendreà tot, com l'estudiant irremeiablement endarrerit que mai no ho entendreà; per als lectors més seriosos, és pitjor que inútil. El cor de les matemàtiques consisteix en exemples concrets i problemes concrets. Les grans teories generals normalment són elucubracions posteriors basades en petites però profundes intuïcions; les idees mateixes provenen de casos especials concrets. La conclusió és que és millor organitzar el treball entorn dels exemples i dels contraexemples centrals, crucials. L'observació que una demostració prova quelcom lleugerament més general que allò per a què es va inventar sovint es pot deixar al lector. Allà on el lector necessita un guia experimentat és en el descobriment d'allò que la demostració no demostra: quins són els contraexemples apropiats i on anem a partir d'aquí?

5 Penseu en l'alfabet

Ara que ja teniu algun tipus d'organització, un esquema, que potser no és gaire bo, però és el millor que podeu fer, esteu gairebé a punt de començar a escriure. L'altra cosa que us recomanaria que féssiu abans és esmerçar una hora o dues pensant en l'alfabet; ja veureu com més endavant us estalviarà molts maldecaps.

Les lletres que fareu servir per a denotar els conceptes de què parlareu mereixen que hi penseu i les dissenyeu acuradament. Una notació bona, consistent, pot ser un ajut formidable, i us encoratja vivament (també els autors d'articles, però sobretot els autors de llibres) a dissenyar-la des del començament. Jo faig grans taules amb molts alfabet, moltes tipografies, amb minúscules i amb majúscules, i intento pensar per endavant tots els espais, grups, vectors, funcions, punts, superfícies, mesures, el que sigui que tard o d'hora hauré de batejar. Una notació dolenta pot tornar dolenta una exposició bona i pot empitjorar una exposició dolenta; les decisions circumstancials sobre notació fetes a mitja frase en l'excitació de la redacció segur que donaran notacions dolentes.

La bona notació comporta una mena d'harmonia alfabètica que evita les dissonàncies. Exemple: tant $ax + by$ com $a_1x_1 + a_2x_2$ són preferibles a $ax_1 + bx_2$. O bé: si heu d'usar Σ com a conjunt d'índexs, assegureu-vos que no us trobareu amb un $\sum_{\sigma \in \Sigma} a_{\sigma}$. Continuant amb el mateix: potser molts lectors no es fixaran que heu usat $|z| < \epsilon$ dalt de tot de la pàgina i $z \in U$ a baix, però això és gairebé com una mena de dissonància que provoca una vaga sensació d'incomoditat. El remei és fàcil i gairebé universalment acceptat: es reserva ϵ per a la pertinença i ε per a uns altres usos.³

³ Els signes ϵ i ε són les dues versions acceptades de la lletra grega èpsilon. Recordem que aquest assaig va ser escrit abans de 1970. Actualment, amb \TeX , tenim \in , que resol el problema.

En matemàtiques tenim accés a un alfabet potencialment infinit (i. e., x , x' , x'' , x''' , ...), però a la pràctica només podrem usar-ne un fragment finit. Una raó és que la capacitat humana per a distingir entre símbols és molt més limitada que la capacitat per a inventar-ne de nous; una altra raó és el mal costum de congelar lletres. Alguns analistes molt antiquats us parlaran de «l'espai xyz », suposo que pensant en l'espai euclidià 3-dimensional amb la convenció que un punt genèric d'aquest espai sempre es denotarà per (x, y, z) . Això està malament: això «congela» x , y i z , és a dir, prohibeix el seu ús en uns altres contextos, i al mateix temps fa impossible (o com a mínim inconsistent) de fer servir, per exemple, (a, b, c) quan (x, y, z) està temporalment ocupat. Existeixen versions més modernes d'aquest costum, però no són millors. Exemple: les matrius amb la « propietat L » —una designació congelada i no gens suggerent.

Hi ha algunes altres maneres estranyes i inútils d'usar les lletres: dos exemples serien «CW complexos» i «grups CCR». Una curiositat relacionada amb això, que podria ser la fita superior de l'ús de les lletres d'una manera inútil, la trobem al llibre [7] de Lefschetz: allí x_i^p és una cadena de dimensió p (el subíndex només és un índex), mentre que x_p^i és una cocadena de dimensió p (ara l'índex és a dalt). Pregunta: què és x_3^2 ?

A mesura que la història va avançant, es congelen més i més símbols. Els exemples estàndard són e , i i π , i, per descomptat, $0, 1, 2, 3, \dots$ (qui s'atreveria a escriure «Sigui 6 un grup»?) Algunes altres lletres estan gairebé congelades: molts lectors s'ofendrien si « n » es fes servir per a un nombre complex, « ε » per a un enter positiu i « z » per a un espai topològic. (El malson del matemàtic és una successió n_ε que tendeix a 0 quan ε tendeix a infinit.)

Conclusió: no augmenteu la rígida frigidesa. Penseu en l'alfabet. És empipador, però val la pena. Per a estalviar temps i maldecaps més endavant, penseu ara durant una hora en l'alfabet; després comenceu a escriure.

6 Escriviu en espiral

La millor manera de començar a escriure, potser l'única manera, és seguir el pla espiral. Segons aquest pla, els capítols s'escriuen i reescriuen en l'ordre 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, etc. Us penseu que sabeu com escriure el capítol 1, però, quan ho heu fet i heu entrat al capítol 2, us adoneu que el podríeu fer millor si haguéssiu escrit el capítol 1 diferentment. L'únic remei és tornar enrere, escriure el capítol 1 diferentment, fer-ho millor al capítol 2, i després ficar-se al capítol 3. I, per descomptat, ja sabem què passarà: el capítol 3 ens mostrarà les febleses dels capítols 1 i 2, i l'únic remei serà tornar enrere, ... etc., etc., etc. És una idea òbvia, i sovint inevitable, però pot ajudar un futur autor saber per endavant amb què es trobarà, i el pot ajudar saber que el mateix fenomen passarà no solament amb els capítols, sinó també amb les seccions, els paràgrafs, les frases, fins i tot les paraules.

El primer pas en el procés d'escriure, reescriure i re-reescriure és escriure. Un cop teniu el tema, l'audiència i l'esquema (i l'alfabet, no ho oblideu), comenceu

a escriure i no deixeu que res us aturi. No hi ha millor incentiu per a escriure un bon llibre que un llibre dolent. Un cop tingueu un primer esborrany a la mà, escrit en espiral, basat en un tema, pensat per a una audiència i recolzat en un esquema tan detallat com vau ser capaços de confegir, el vostre llibre és més que mig fet.

El pla espiral s'ocupa de la majoria de les reescriptures i re-reescriptures que intervenen en un llibre (la majoria, però no totes). En el primer esborrany de cada capítol us recomano que us hi buideu, escrigueu ràpidament, violeu totes les regles, escrigueu amb odi o amb orgull, sigueu irònics, sigueu confusos, sigueu «graciosos» si cal, sigueu foscos, feu errades gramaticals — simplement, aneu escrivint. Quan us poseu a reescriure, però, i tan sovint com calgui, no corregiu, ans reescriviu. Hi ha la temptació d'usar tinta vermella per a indicar insercions, supressions, permutacions, però segons la meua experiència això ocasiona errors colossals. Un llapis vermell és una arma massa feble contra la impaciència humana i contra la parcialitat massa humana que tothom sent envers les pròpies paraules. Us trobeu amb un primer esborrany que qualsevol lector excepte vosaltres mateixos trobaria poc menys que insuportable; heu de ser despietats amb els canvis de tota mena, i especialment amb les omissions senceres. Reescriure vol dir tornar a escriure — cada paraula.

No vull dir que literalment, en un llibre de deu capítols, el capítol 1 s'hagi d'escriure deu vegades, vull dir unes tres o quatre. El fet més probable és que el capítol 1 s'hagi de reescriure, literalment, un cop acabat el capítol 2, i, segurament, almenys un cop més en algun moment després del capítol 4. Amb sort, el capítol 9 només l'haureu d'escriure una vegada.

La descripció següent del que jo acostumo a fer us pot indicar la quantitat de reescriptura de què estic parlant. Després d'un primer esborrany escrit en espiral, normalment reescric tot el llibre i més tard hi afegeixo alguns complements instrumentals indispensables (com la llista de requisits, un pròleg, un índex alfabètic i un índex de continguts). Després ho torno a reescriure, aquest cop a màquina, o en tot cas prou net i bonic perquè un mecanògraf sense educació matemàtica pugui usar aquesta versió (la tercera, en cert sentit) per a preparar el mecanoscrit «final» sense problemes. La tercera versió és la primera que l'altra gent veurà. Demano als amics que la llegeixin, la meua dona la llegeix, els meus estudiants en llegeixen algunes parts i, el millor de tot, un estudiant avançat, pagat adequadament per a fer una bona feina, la llegeix i li demano que no sigui educat en les seves crítiques. Els canvis necessaris a la tercera versió amb sort es podran fer amb llapis vermell; amb mala sort em faran reescriure un terç de les pàgines. El mecanoscrit «final» es basa en la tercera versió corregida i, un cop existeix, és llegit, rellegit, corregit i recorregit. Aproximadament dos anys després de començar (dos anys de feina, que poden ser molt més que dos anys de calendari) el llibre és enviat a l'editorial. Aleshores comença una altra mena de feina dolorosa, però això és una altra història.

Arquimedes ens va ensenyar que una quantitat petita sumada a si mateixa prou vegades pot esdevenir una quantitat gran (en llenguatge proverbial, de

mica en mica s'omple la pica). Quan es tracta de dur a terme una feina d'abast mundial, i en particular quan es tracta d'escriure un llibre, jo crec que la part recíproca de la lliçó d'Arquimedes també és cert: l'única manera d'escriure un llibre llarg és anar escrivint-ne un trosset cada dia, regularment cada dia, sense excepció, sense vacances. Una bona tècnica per a mantenir la constància del ritme de producció és acabar cada dia encebant la bomba per a l'endemà. Amb què començareu demà? Quin és el contingut de la propera secció; quin és el seu títol? (Us recomano que trobeu un possible títol curt per a cada secció, abans o després d'escriure-la, encara que no tingueu la intenció d'imprimir títols de secció. El motiu és comprovar si la secció és ben planejada: si no podeu trobar un títol, la raó podria ser que la secció no té un tema únic.) Algunes vegades escric avui la primera frase de demà; alguns autors comencen avui revisant i reescrivint la darrera pàgina de la feina d'ahir. En tot cas, acabeu cada sessió de treball amb una empenta endavant; doneu al vostre subconscient una mica d'aliment entre sessions. És sorprenent com podeu enganyar-vos vosaltres mateixos d'aquesta manera; la tècnica d'encebar la bomba és suficient per a superar la natural inèrcia humana contra el treball creatiu.

7 Organització, sempre

Encara que el vostre pla d'organització original fos detallat i bo (però especialment si no ho era), el superimportant treball d'organitzar el material no s'atura quan es comença a escriure; continua durant tota la redacció i fins i tot després.

El pla espiral de redacció va acompanyat del pla espiral d'organització, un pla que es pot aplicar sovint (potser sempre) a l'escriptura matemàtica. Va així. Comenceu pel que hàgiu escollit com a concepte bàsic —posem espai vectorial— i feu-ho bé: motiveu-lo, definiu-lo, doneu exemples, doneu contraexemples. Això és la secció 1. A la secció 2 introduïu el primer concepte relacionat que us proposeu d'estudiar —posem dependència lineal— i feu-ho bé: motiveu-lo, definiu-lo, doneu exemples, doneu contraexemples, i aleshores, i aquest és el punt important, reviseu la secció 1, tan a fons com pugueu, des del punt de vista de la secció 2. Per exemple: quins exemples de conjunts linealment dependents i independents es poden donar fàcilment amb els mateixos exemples d'espai vectorial introduïts a la secció 1? (Per cert, aquí tenim un altre motiu de per què cal el pla espiral d'escriptura: a la secció 2 se us poden acudir exemples de conjunts linealment dependents i independents en espais vectorials que heu oblidat de donar com a exemples a la secció 1.) A la secció 3 introduïu el vostre concepte següent (evidentment, cal planificar curosament quin serà, i molt sovint caldrà un canvi de plans que tornarà a fer fonamental el pla espiral) i, un cop enllestit de la manera usual, reviseu les seccions 1 i 2 des del punt de vista del nou concepte. Funciona, funciona meravellosament bé. És fàcil de fer, és divertit, és fàcil de llegir, i al lector l'ajuda el ferm entramat organitzatiu, encara que no es preocupi d'examinar-lo i veure on són les juntes i com s'aguanten les diferents parts.

Les trames i les subtrames de les novel·les històriques i els indicis i les pistes de les històries de detectius tenen els seus anàlegs matemàtics. Ho il·lustraré amb un exemple: una bona part de la teoria dels espais mètrics es podria desenvolupar com una «subtrama» d'un llibre de topologia general, en comentaris innocents, aparts entre parèntesis, exercicis il·lustratius. Una organització així donaria una motivació molt més ben fonamentada al lector i més intuïció de la que es pot obtenir de les generalitats inexorables, i sense cap esforç addicional visible. Pel que fa a les pistes: una sola paraula, introduïda per primer cop uns capítols abans de definir-la, i tornada a mencionar cada vegada amb més detall a mesura que s'acosta el tractament oficial, pot servir com una discreta preparació subliminal per a la seva introducció plena. Aquest procediment pot ajudar molt el lector, i al mateix temps fer més fàcil el treball formal de l'autor, a costa d'augmentar molt la reflexió i la preparació que hi ha darrere la seva prosa informal. Val la pena. Si trebal·leu vuit hores per escurçar cinc minuts el temps del lector, heu estalviat més de vuitanta hores-home per cada mil lectors i el vostre nom serà merescudament beneït pels passadissos de molts edificis matemàtics. Però recordeu-ho: per a un ús efectiu de les subtrames i les pistes és indispensable quelcom com el pla espiral d'organització.

El darrer i menys important, però important de tota manera, aspecte de l'organització que val la pena mencionar aquí és la disposició correcta de les matemàtiques des del punt de vista lògic. Sobre això no hi ha gaires coses que un matemàtic pugui ensenyar a un altre, excepte advertir-lo que la seva complexitat creix en una proporció alarmant amb la mida del treball. En un cert estadi de la redacció d'un llibre de tres-centes pàgines, jo tenia mil fulls de paper, cadascun amb un enunciat matemàtic, un teorema, un lema, o un comentari menor, complets amb les seves proves. Els fulls eren numerats, d'alguna manera. La meua feina va ser indicar en cada full els números dels fulls que contenien enunciats que lògicament l'havien de precedir, i després disposar els fulls en un ordre lineal de manera que cap full no sortís després d'un altre on fos mencionat. Aquell problema tenia, semblava, innombrables solucions; la dificultat va ser escollir-ne una que fos tan eficient i agradable com fos possible.

8 Escriviu bon anglès (i català)

Tot el que he dit fins ara tracta de l'escriptura en un sentit ampli, global; ara és hora de tractar dels aspectes locals del tema.⁴

Per què un escriptor no pot dir «continuous», en comptes de «continuuous»? No hi ha cap possibilitat de confusió i és una lletra més curt, doncs per què no? La resposta en què tothom coincidirà, fins els més llibertaris dels lingüistes

⁴ Els consells generals d'aquesta secció valen per a qualsevol llengua, però hem mantingut els exemples i la bibliografia de l'autor, referents evidentment a l'anglès, ja que probablement molts dels lectors hauran d'escriure també en anglès. El lector intel·ligent sabrà traslladar moltes de les observacions sobre l'anglès al català.

moderns, és que si algun dia la «reforma»⁵ s'arriba a imposar està destinada a causar distraccions i, per tant, serà una pèrdua de temps, i l'«estalvi» no valdrà la pena. Un exemple a l'atzar com aquest probablement no convencerà ningú; molta més gent estarà d'acord que un llibre sencer escrit en ortografia reformada, per exemple amb «izi» en lloc d'«easy», probablement no serà un instrument d'ensenyament eficaç per a les matemàtiques. Siguin quins siguin els mèrits de la reforma ortogràfica, les paraules que són mal escrites segons els estàndards actualment acceptats als diccionaris disminueixen el bé que un llibre pot fer: alenteixen i distreuen el lector, i pot ser que el confonguin o l'amoïnin.

El motiu per a mencionar l'ortografia no és que sigui un perill corrent o seriós per a molts autors, sinó perquè serveix per a il·lustrar i remarcar un punt molt més important. M'agradaria argumentar que és important que els llibres de matemàtiques (i els articles, les cartes, les conferències) siguin escrits en un bon estil d'anglès, on «bo» vol dir «correcte» segons els estàndards públics usualment acceptats actualment. (Els autors francesos, russos o japonesos, si us plau canvieu «anglès» per «francès», «rus» o «japonès».) No vull dir que l'estil hagi de ser pedant, o forçat, o formal, o burocràtic, o florit, o ple d'argot acadèmic. Vull dir que hauria de ser totalment transparent, com la bona música de fons d'una pel·lícula, de manera que el lector pugui anar endavant sense entrebancs conscients o inconscients deguts a l'instrument de comunicació i no al contingut.

Un bon estil d'anglès implica una bona gramàtica, una elecció correcta de les paraules, una puntuació correcta i, potser, per sobre de tot, sentit comú. Hi ha una diferència entre «that» i «which», i «fewer» no és el mateix que «less», i un bon autor matemàtic ha de saber aquestes coses. El lector pot no ser capaç de definir la diferència, però un centenar de pàgines d'un ús massa col·loquial, o pitjor, té un efecte abrasiu acumulatiu que segur que l'autor no vol provocar. El Fowler [4], el Roget [9] i el Webster [11] són sobre la meua taula, prop del Dunford-Schwartz; i haurien d'ocupar una posició similar a la taula de qualsevol autor.⁶ És improbable que una sola coma de més o de menys converteixi una prova correcta en una d'errònia, però el tractament incorrecte d'aquestes petites coses té un efecte més gran.

La llengua anglesa pot ser un instrument bell i potent per a aconseguir transmetre una informació interessant, clara i completament precisa, i crec que el mateix val per al francès, el japonès o el rus. Per a un escriptor expositiu és tan important familiaritzar-se amb aquest instrument com ho és per al cirurgià conèixer el seu instrumental. Es pot explicar Euclides amb una mala gramàtica i una mala dicció, i un apèndix vermiforme es pot extirpar amb una navalla de butxaca, però la víctima, encara que no sigui conscient de la causa de la seva incomoditat, segurament preferirà que la tractin millor.

⁵ L'autor es refereix a la reforma de l'ortografia de l'anglès americà que a mitjan segle XX es va proposar, sense gaire èxit, als Estats Units.

⁶ A la bibliografia hem citat les edicions actualitzades d'aquestes obres clàssiques.

Tots els matemàtics, fins els estudiants joves que es troben al començament del seu aprenentatge matemàtic, saben que la matemàtica té el seu propi llenguatge (de fet, n'és un), i un autor ha de dominar completament la gramàtica i el vocabulari d'aquest llenguatge tant com els de la llengua vernàcula. No hi ha cursos Berlitz per al llenguatge de les matemàtiques; sembla que l'única manera d'aprendre'l és conuiu-hi durant anys. El que ve a continuació no és, no pot ser, un anàleg matemàtic del Fowler, el Roget i el Webster, però potser podria servir per a indicar una o dues dotzenes dels milers de punts que aquests anàlegs contindrien.

9 La millor política és l'honestedat

L'objectiu d'usar un bon llenguatge matemàtic és, evidentment, facilitar la comprensió del tema al lector, i fins fer-l'hi agradable. L'estil ha de ser bo no en el sentit d'una brillantor enlluernadora, sinó en el sentit d'una discreció perfecta. L'objectiu és allisar el camí del lector, preveure les seves dificultats i eliminar-les. El que es vol és claredat, no pedanteria; comprensió, no solemnitat.

L'èmfasi del paràgraf precedent, encara que potser sigui necessari, podria semblar que apunta en una direcció no desitjada, i m'afanyo a corregir una possible mala interpretació. En evitar la pedanteria i la solemnitat, no pretenc evitar el rigor i la precisió; crec que aquests objectius es poden reconciliar. Mai no aconsellaria als joves autors que siguin lleugerament, però molt i molt intel·ligentment, deshonestos per passar per sobre de les dificultats. Algunes vegades, per exemple, pot ser que no hi hagi cap més manera d'obtenir un resultat que dur a terme una computació carregosa. En tal cas és deure de l'autor dur-la a terme, públicament; el millor que pot fer per a alleugerir-la és solidaritzar-se amb el lector amb alguna frase com «malauradament l'única prova coneguda és la següent comprovació carregosa».

Aquí teniu el que entenc per «honestedat gairebé total». En un cert punt, després de demostrar orgullosament una proposició p , us sentiu inclinats a dir: «Noteu, però, que p no implica q », i després, pensant que heu fet una bona feina d'exposició, passeu alegrement a unes altres coses. Els vostres motius poden ser perfectament nets, però el lector es pot sentir igualment estafat. Si ell ho sabés tot del tema, no us estaria llegint; per a ell, la no-implicació és, probablement, sense fonament. És òbvia? (Digueu-ho.) Donareu un contraexemple més endavant? (Prometeu-lo ara.) És un fet conegut, però en aquests moments irrellevant, de la literatura? (Doneu una referència.) O, *horribile dictu*, simplement voleu dir que heu intentat deduir q de p i no us n'heu sortit, i de fet no sabeu si p implica q ? (Confesseu-ho immediatament!) En qualsevol cas, establiu complicitats amb el lector.

No hi ha res dolent en els tan sovint criticats «obvi» i «és fàcil veure que», però hi ha unes regles mínimes per al seu ús. Evidentment, quan vau escriure que una cosa era òbvia, vosaltres pensàveu que ho era. Quan, un mes, o dos mesos, o sis mesos després, vau tornar a agafar el manuscrit i el vau rellegir, encara pensàveu que allò era obvi? (Una maduració d'uns quants mesos sempre

millora un manuscrit.) Quan ho vau explicar a un amic, o en un seminari, va ser acceptat d'entrada com a obvi? (O algú ho va qüestionar i, quan el vau tranquil·litzar, es va retirar tot remugant? La vostra tranquil·lització va consistir en una demostració o en una intimidació?) Les respostes òbvies a aquestes preguntes retòriques són algunes de les regles que haurien de controlar l'ús d'«obvi». Hi ha una altra regla, la principal, i tothom la coneix, aquella la violació de la qual és la font més freqüent d'errors en matemàtiques: assegureu-vos que l'«obvi» és cert.

No cal dir que no esteu escrivint per amagar fets al lector; escriviu per donar-los-hi a conèixer. El que dic ara és que no li heu d'amagar l'estatus de les vostres afirmacions ni tampoc l'actitud que hi teniu. Quan li digueu una cosa, digueu-li també on es situa: això està demostrat, això no, això ho demostrarem, això no. Remarqueu el que sigui important i minimitzeu el que sigui trivial. Hi pot haver moltes i molt bones raons per a fer afirmacions òbvies ara i adés; el motiu de dir que són òbvies és donar al no iniciat la perspectiva correcta. Encara que en dir-ho pugueu fastiguejar algun lector ocasional, servireu una bona causa dient-li com veieu el tema vosaltres. Però, és clar, heu de seguir les regles. No abandoneu el lector; ell vol creure en vosaltres. Pot ser que no es reconeguin de seguida la pretensiositat, els «farols» i les ocultacions, però molts lectors s'adonaran aviat que hi ha alguna cosa malament, i no en culparan els fets, ni a ells mateixos, sinó l'autor, i amb raó. Una honestedat total produeix una major claredat.

10 Elimineu irrellevàncies i trivialitats

Sovint una proposició pot ser tan òbvia que no cal ni anomenar-la òbvia, i malgrat això la frase que l'enuncia pot ser expositivament dolenta, dolenta perquè produeix confusió, distracció, alentiment. Vull dir una cosa com aquesta: «Si R és un anell commutatiu semisimple amb unitat i x i y són a R , aleshores $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.» Un lector atent es preguntarà de seguida què tenen a veure la semisimplicitat i la unitat amb una cosa que sempre havia cregut que era òbvia. Hipòtesis irrellevants introduïdes gratuïtament, èmfasis incorrectes i fins la simple absència de l'èmfasi correcte poden causar estralls.

Una cosa que també distreu com les hipòtesis irrellevants, i que fa perdre tant o més temps, és el fracàs de l'autor per a guanyar-se la confiança del lector en mencionar explícitament casos trivials, exclouent-los si és el cas. Tot nombre complex és el producte d'un nombre no negatiu i un nombre de mòdul 1. Això és veritat, però el lector es pot sentir enganyat i insegur si poc després de dir-li això per primera vegada (o de recordar-ho en una altra ocasió, potser preparant una generalització) no se li diu que el cas (trivial) del 0 és al mateix temps peculiar. No es tracta que de vegades pugui ser un error no estudiar els casos trivials separatament; no dic pas simplement «no cometeu errors». Es tracta que insistir en explicacions burocràticament correctes però no prou explícites («L'enunciat és correcte tal com està —què més vols?») és enganyós, és mala exposició, mala psicologia. Per exemple, si l'autor va preparant la

discussió del teorema que afirma que, sota les hipòtesis corresponents, tota transformació lineal és el producte d'una dilatació i una rotació, ignorar el 0 en el cas 1-dimensional pot dur els lectors a entendre malament el capteniment de les transformacions lineals singulars en el cas general.

Aquest podria ser el lloc apropiat per a dir alguna cosa sobre els enunciats dels teoremes: aquí, més que en qualsevol altre lloc, cal evitar les irrellevàncies.

La primera pregunta és quan s'ha d'enunciar un teorema, i la meua resposta és: primer. No aneu divagant tranquil·lament, sense dir als lectors cap a on aneu, i de cop anuncieu: «Per tant, hem demostrat que ...» El lector podrà dedicar més atenció a la demostració si sap què esteu demostrant, i pot veure millor on s'usen les hipòtesis si sap d'entrada quines són. (L'estil divagatori sovint duu al teorema «penjat», que trobo lleig. Vull dir una cosa com: «Per tant, hem provat

TEOREMA 2 ...»

La separació, que al capdevall és com una mena de signe de puntuació, produeix un forat cridaner al mig de la frase. Un cop el lector s'ha tornat a concentrar i ha entès el joc, produeix un trencament no desitjable entre l'enunciat del teorema i la seva explicació.)

Amb això no vull dir que el teorema hagi d'aparèixer sense comentaris introductoris, definicions preliminars i motivacions útils. Tot això va primer; després ve l'enunciat; i al final la demostració. L'enunciat hauria de consistir, sempre que fos possible, en una sola frase: una simple implicació, o, suposant que abans s'hagin establert algunes hipòtesis generals i encara siguin vigents, una simple declaració. Deixeu estar la xerrameca: coses com «Sense pèrdua de generalitat podem suposar que ...» o «A més del teorema 1 es segueix que ...» estan fora de lloc a l'enunciat d'un teorema.

Idealment, l'enunciat d'un teorema no hauria de ser simplement una frase, sinó una de curta. Els teoremes amb un enunciat que ocupa gairebé tota una pàgina (o més i tot!) són difícils d'absorbir, més difícils del que haurien de ser; indiquen que l'autor no ha pensat sobre el material i no l'ha organitzat com hauria calgut. Una llista de vuit hipòtesis (encara que estiguin numerades amb cura) i una llista de sis conclusions no fan un teorema; són una teoria mal exposada. Totes les hipòtesis són necessàries per a cada una de les conclusions? Si la resposta és no, és evident que l'enunciat és dolent; si la resposta és sí, aleshores probablement les hipòtesis descriuen un concepte general que mereix ser aïllat, batejat i estudiat.

11 Repetiu, i no repetiu

Una regla important del bon estil matemàtic aconsella les repeticions, i una altra aconsella evitar-les.

Per repetició en el primer sentit no em refereixo a dir el mateix unes quantes vegades amb paraules diferents. El que vull dir, en l'exposició d'una matèria precisa com les matemàtiques, és la repetició paraula per paraula d'una frase,

o fins de moltes, amb la intenció de remarcar un petit canvi en una frase veïna. Si en el capítol 1 heu demostrat una cosa, o enunciat una cosa, o definit una cosa, i en el capítol 2 voleu tractar d'una teoria paral·lela o més general, al lector li serà de molta ajuda que aneu fent servir les mateixes paraules, en el mateix ordre, fins que pugueu i aleshores, amb un redoblament de tambors apropiat, remarqueu la diferència. El redoblament de tambors és important. No n'hi ha prou de donar una llista de sis adjectius en una definició i en una altra tornar-la a donar eliminant el sisè. Això s'ha de fer, però el que ajuda és dir, a més a més: «Fixeu-vos que les primeres cinc condicions de les definicions de p i q coincideixen; el que les diferencia és l'afebliment de la sisena.»

Sovint, per a poder fer aquest èmfasi al capítol 2, haureu de tornar al capítol 1 i reescriure el que havíeu pensat que havíeu escrit prou bé, però ara fer-ho de manera que el paral·lelisme amb la part corresponent del capítol 2 resulti evident gràcies al mecanisme de la repetició. Això és una il·lustració més de la inevitabilitat del pla espiral d'escriptura i és un altre aspecte del que he anomenat l'organització del material.

Fins ara he descrit un tipus important de repetició matemàtica, el bo; n'hi ha dos més, que són dolents.

Un motiu pel qual es considera sovint que les repeticions són un bon mecanisme d'ensenyament és que com més sovint diguem una cosa, exactament amb les mateixes paraules o bé amb petites diferències cada vegada, més probable és que aconseguim imposar la idea. No hi estic d'acord. La segona vegada que dius una cosa, fins el lector més emboirat recordarà vagament que hi ha hagut una primera i es preguntarà si el que ara entén és exactament el mateix que hauria d'haver entès abans, o bé només és similar però diferent. (Si dieu: «Ara dic *exactament* el que he dit a la pàgina 3», aleshores sí que l'ajudareu.) La sola aparició d'aquestes vagues preguntes ja és dolenta. És dolent tot el que intimida innecessàriament, el que diverteix de manera irrellevant o el que distreu d'una manera o d'una altra. (Els dobles sentits involuntaris han dut l'infortuni a la vida de més d'un autor.) A més, la bona organització i, en particular, el pla espiral d'organització que he exposat abans són bons substituïts per a la repetició, uns substituïts que funcionen molt millor.

L'altre sentit en què la repetició és dolenta es pot resumir en un precepte curt, només en part poc acurat: no s'ha de repetir mai una demostració. Si hi ha uns passos a la demostració del teorema 2 que s'assemblen molt a algunes parts de la demostració del teorema 1, és un senyal que alguna cosa no s'ha entès ben bé a fons. Uns altres símptomes del mateix mal són: «amb la mateixa tècnica (o mètode, o truc) que en la prova del teorema 1», o, brutalment, «vegeu la prova del teorema 1». Quan això passa, hi ha moltes probabilitats que hi hagi un lema que valgui la pena descobrir, formular i demostrar; un lema a partir del qual tant el teorema 1 com el teorema 2 es puguin deduir més fàcilment i amb més claredat.

12 El «nosaltres» editorial no és tan dolent

Un aspecte de l'estil d'exposició que sovint amoïna els autors principiants és l'ús del «nosaltres» editorial, en oposició al «jo» singular i a l'«hom» neutre. En afers com aquest el que és més important és el sentit comú. Aquí us presento les meves recomanacions per si us poden fer servei.

Com que el millor estil expositiu és el menys visible, actualment tendeixo a preferir l'ús del neutre. Això *no* vol dir que hàgim d'usar «hom» sovint ni mai; frases com «hom ha, per tant, provat que...» o «s'ha, per tant, provat que...» són horribles. El que vull dir és evitar totalment els pronoms personals en primera persona, del singular o del plural. «De p es segueix que q .» «Això implica p .» «L'aplicació de p a q dona r .» La majoria de la matemàtica escrita (tota?) és (hauria de ser?) fàctica, objectiva; les frases declaratives senzilles són les millors per a comunicar fets.

Un truc sovint eficaç i que estalvia temps és l'ús de l'imperatiu. «Per trobar p , multipliqueu q per r .» «Donat p , feu q igual a r .» (Dues digressions sobre «donat». (1) No el feu servir si no significa res. Exemple: «Per a cada p donat existeix un q .» (2) Recordeu que prové d'un verb actiu i resistiu la temptació de deixar-ne penjat el subjecte. Exemple: no «Donat p , existeix un q », sinó «Donat p , trobeu q ».)⁷

No hi ha res dolent en el «nosaltres» editorial, però, si us agrada, no el feu servir malament. Feu que «nosaltres» signifiqui «l'autor i el lector» (o «el conferenciant i l'audiència»). Així, es pot dir «Usant el lema 2, podem generalitzar el teorema 1» o «El lema 3 ens dona una tècnica per a demostrar el teorema 4». No està gaire bé dir «El nostre treball sobre aquest resultat el vam fer el 1969» (excepte si la veu és la de dos o més autors, parlant a l'uníson) i «Agraïm a la nostra esposa el seu ajut amb la mecanografia» està sempre malament.

L'ús de «jo», i especialment el seu abús, de vegades té un efecte repellant, com d'arrogància o de sermó *ex cathedra*, i per aquest motiu tendixo a evitar-lo sempre que puc. Pot tenir el seu sentit en notes curtes, òbviament en remarques històriques personals i potser en assaigs com aquest.

13 Useu les paraules correctament

La següent unitat mínima de comunicació, després del concepte global, els capítols, els paràgrafs i les frases, són les paraules. La secció precedent sobre els pronoms tractava de paraules, en cert sentit, encara que, en un sentit més legítim, tractés de la política estilística general. El que ara diré no és solament «useu les paraules correctament»; això s'hauria de donar per descomptat. El que necessito remarcar és la necessitat de pensar sobre —i usar amb cura— les petites paraules del sentit comú i la lògica intuïtiva, i les paraules específicament matemàtiques (els termes tècnics) que poden tenir un efecte profund sobre el significat matemàtic.

⁷ Aquest punt té molt més sentit referit a l'anglès «given» i a la construcció anomenada «dangling participle», el participi «penjat».

La regla general és usar les paraules de la matemàtica i la lògica correctament. L'èmfasi, com en el cas de la redacció de frases, no és encoratjar la pedanteria; no suggereixo una proliferació de termes tècnics separats per un tel de ceba. Al contrari: emfasitzo una artesanía tan meticulosa que no solament sigui correcta, sinó que ho sigui sense que es noti.

Aquí en tenim una mostra:⁸ «Prove that any complex number is the product of a non-negative number and a number of modulus 1.» He tingut estudiants que haurien proposat la prova següent: « $-4i$ és un nombre complex i és el producte de 4, que és no negatiu, i $-i$, que té mòdul 1; q. e. d.» El fet és que en el llenguatge corrent «any» és una paraula ambigua; segons el context pot indicar un quantificador existencial («have you any wool?», «if anyone can do it, he can») o un d'universal («any number can play»). Conclusió: no useu mai «any» quan escrigueu en matemàtiques. Substituïu-lo per «each» o «every», o refeu la frase sencera.

Una manera de refer la frase de mostra anterior és establir el conveni que totes les «variables d'individu» recorren el conjunt dels nombres complexos i aleshores, escriure una cosa com ara

$$\forall z \exists p \exists u [(p = |p|) \wedge (|u| = 1) \wedge (z = pu)].$$

No us ho recomano. El simbolisme de la lògica formal és indispensable quan es discuteix la lògica de les matemàtiques, però esdevé un codi enganyador quan s'usa com a mitjà de transmissió d'idees d'un mortal a un altre. L'autor ha hagut de codificar-hi el seu pensament (nego que algú pensi en termes de \exists, \forall, \wedge i similars) i el lector ha de descodificar el que l'autor ha escrit; ambdós passos són una pèrdua de temps i un obstacle per a la comprensió. La representació simbòlica, en el sentit del lògic modern o en el de l'epsilonista clàssic, és quelcom que les màquines poden escriure, i molt pocs poden llegir, excepte les màquines.

Deixem estar l'«any». Uns altres culpables, reus de delictes més lleus, són «on» i «equivalent», i «si ... aleshores si ... aleshores». «On» normalment és un signe d'una idea tardana i mandrosa que s'hauria d'haver pensat abans. «Si n és prou gran, aleshores $|a_n| < \varepsilon$, on ε és un valor positiu donat per endavant»; tant la malaltia com el remei són clars. «Equivalent» *per a teoremes* és una bajanada lògica. (Per «teorema» entenc una veritat matemàtica, una cosa que ha estat demostrada. Un enunciat amb sentit pot ser fals, però un teorema no; parlar d'un «teorema fals» és contradictori.) Quin sentit té dir que la completesa de L^2 és equivalent al teorema de representació dels funcionals lineals de L^2 ? El que es vol dir és que les demostracions d'ambdós teoremes són moderadament difícils, però que un cop n'hem demostrat un, qualsevol dels dos, aleshores l'altre es pot demostrar amb relativament poca feina. El terme lògicament precís «equivalent» no és una bona paraula per a això. Pel que fa a «si ... aleshores si ... aleshores», això és un embolic estilístic freqüent comès

⁸ Hem deixat en anglès els aspectes rellevants de la discussió. En català podríem trobar problemes similars amb «un» i amb «qualsevol».

per escriptors ràpids i maleït pels lectors meticulosos. «Si p , aleshores si q , aleshores r .» Lògicament tot és correcte ($p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$), però psicològicament és una pedreta més on ens podem entrebancar innecessàriament. Normalment n'hi ha prou de corregir la frase per a evitar-ho, però no hi ha una correcció universalment bona; el que és millor depèn de què sigui important en cada cas. Podria ser «Si p i q , aleshores r », o bé «En presència de p , la hipòtesi q implica la conclusió r », o moltes més versions.

14 Useu els termes tècnics correctament

Els exemples de dicció matemàtica eren més aviat qüestions lògiques. Per il·lustrar les possibilitats d'un ús transparent d'un llenguatge precís en el sentit normal del matemàtic, mencionaré breument tres exemples: funció, successió i conté.

Jo pertanyo a l'escola que creu que les funcions i els seus valors són coses prou diferents per a mantenir la distinció. No cal fer escarafalls, o com a mínim no cal fer-ne públicament; simplement, absteniu-vos de dir coses com ara «la funció $z^2 + 1$ és parella». És una mica més llarg dir «la funció f definida per $f(z) = z^2 + 1$ és parella» o «la funció $z \mapsto z^2 + 1$ és parella». És un bon costum que alguna vegada estalviarà al lector (i a l'autor) una relliscada seriosa i que sempre produirà una lectura més suau.

«Successió» vol dir «funció amb domini el conjunt dels nombres naturals». Quan un autor escriu «la unió d'una successió de conjunts mesurables és mesurable», dirigeix l'atenció del lector en una direcció equivocada. El teorema no té res a veure amb el fet que hi hagi un primer conjunt, després un segon, etc.; la *successió* és irrellevant. L'enunciat correcte és que «la unió d'una família numerable de conjunts mesurables és mesurable» (o, si es vol un èmfasi diferent, «la unió d'una família infinita numerable de conjunts mesurables és mesurable»). El teorema que diu que «el límit d'una successió de funcions mesurables és mesurable» és una cosa molt diferent; aquí «successió» és usat correctament. Si un lector sap què és una successió, si té internalitzada la definició, el mal ús de la paraula el distraurà i alentirà la seva lectura, encara que potser poc; si no ho sap realment, el mal ús endarrerirà la seva comprensió profunda.

«Conté» i «inclou» són usats gairebé sempre com a sinònims, sovint per la mateixa gent que ensenyen curosament als seus alumnes que \in i \subset no són el mateix. És extremament improbable que l'ús intercanviable de «conté» i «inclou» duguin a confusió. De tota manera, ja fa anys que vaig començar un experiment, i encara el vaig fent: he usat sistemàticament, sempre, parlant i escrivint, «conté» per a \in i «inclou» per a \subset . No diré que hagi demostrat res amb això, però puc informar que (a) és molt fàcil acostumar-s'hi, (b) no fa cap mal, i (c) no crec que mai ningú no se n'hagi adonat. Jo sospito, però això no es deu poder provar, que aquesta mena de consistència terminològica (sense fer-hi escarafalls) pot contribuir a la comoditat del lector (i de l'oient).

Per cert, la consistència és una de les virtuts principals en l'exposició i el seu oposat és un pecat capital. La consistència és important en el llenguatge, a la notació, a les referències, a la tipografia —és important a tot arreu i la seva absència pot causar de tot, des d'una irritació lleugera fins a una desinformació greu.

Els meus consells sobre l'ús de les paraules es poden resumir com segueix: (1) Sempre que sigui possible, eviteu l'ús de termes tècnics, i sobretot eviteu crear-ne de nous. (2) Penseu a fons sobre els que hàgiu de crear; consulteu el Roget; i feu-los tan apropiats com sigui possible. (3) Feu servir els vells correctament i consistentment, però amb la pedanteria molesta reduïda al mínim.

15 Resistiu-vos als símbols

Tot el que he dit sobre les paraules s'aplica, *mutatis mutandis*, a les unitats encara més petites de l'escriptura matemàtica, els símbols matemàtics. La millor notació és l'absència de notació; sempre que pugueu evitar usar un complicat aparell alfabètic, eviteu-ho. Una bona actitud per a preparar l'exposició matemàtica escrita és simular que és parlada. Simuleu que esteu explicant el tema a un amic, en una llarga passejada al bosc, sense papers; torneu als símbols només quan siguin realment necessaris.

Com a corollari del principi que, com menys notació hi hagi, millor, i en analogia amb el principi d'eliminar hipòtesis irrellevants, eviteu l'ús de símbols irrellevants. Exemple: «En un espai compacte tota funció real-valorada f contínua és fitada.» En què contribueix el símbol « f » a la claredat de l'enunciat? Un altre exemple: «Si $0 \leq \lim_n \alpha_n^{1/n} = \rho < 1$, aleshores $\lim_n \alpha_n = 0$.» Què hi fa, aquí, la ρ ? La resposta és la mateixa en ambdós casos (res), però el motiu de la presència dels símbols irrellevants pot ser diferent. En el primer cas la « f » pot ser només un hàbit nerviós; en el segon cas la « ρ » segurament és una preparació per a la demostració. L'hàbit nerviós és fàcil de trencar. L'altre és més difícil perquè dóna més feina a l'autor. Sense la « ρ » a l'enunciat, la demostració serà mitja ratlla més llarga; haurà de començar amb una cosa com «Posem $\rho = \lim_n \alpha_n^{1/n}$.» La repetició (de « $\lim_n \alpha_n^{1/n}$ ») es mereix la molèstia; tant l'enunciat com la prova es llegiran amb major facilitat i naturalitat.

Una manera espectacular de dir «no useu lletres supèrflues» és dir «no useu cap lletra una sola vegada». Em refereixo al que els lògics expressen dient «no deixeu cap variable lliure». En l'exemple d'abans sobre les funcions contínues, « f » era una variable lliure. La millor manera d'eliminar aquesta « f » en concret és ometre-la; una alternativa ocasionalment preferible és convertir-la de lliure en lligada. La majoria de matemàtics ho farien dient: «Si f és una funció real-valorada i contínua en un espai compacte, aleshores f és fitada.» Alguns lògics insistirien que la « f » encara és lliure en la nova frase (dues vegades), i tècnicament tindrien raó. Per a fer-la lligada, caldria inserir «per tot f » en algun punt gramaticalment adequat, però els matemàtics resolen

aquest problema normalment referint-se (tàcitament) a la convenció (tàcita) que tota frase és precedida per tots els quantificadors universals que calguin per a convertir totes les seves variables en lligades.

La regla de no deixar mai una variable lliure en una frase, algunes vegades és millor trencar-la que obeir-la, com moltes de les regles que explico. Una frase és, al capdavant, una unitat arbitrària i, si voleu una « f » penjada en una frase perquè us hi pugueu referir en una frase posterior, per exemple en el mateix paràgraf, no crec que per força us hagin d'obrir un expedient. La regla és essencialment correcta i, encara que es pugui trencar algunes vegades, no mereix que la fem miques.

Hi ha unes altres nimietats simbòliques que poden dur a l'ofuscació, o, en el millor dels casos, a una perplexitat passatgera, si no hi parem atenció. Suposem que en algun lloc heu destacat la relació

$$\int_0^1 |f(x)|^2 dx < \infty, \quad (*)$$

en tant que teorema demostrat sobre una f particular. Si més endavant us trobeu amb una altra funció g que té la mateixa propietat, haureu de resistir la temptació de dir « g també satisfà (*)». Això és una bajanada lògica i alfabètica. Si de cas, digueu «(*) es compleix quan canviem f per g », o, encara millor, doneu un nom a (*) (en aquest exemple n'hi ha un d'usual) i digueu « g també pertany a $L^2(0, 1)$ ».

Què hi ha de «la desigualtat (*)», o «l'equació (7)», o «la fórmula (iii)»? Cal etiquetar o numerar tots els *displays*? La meua resposta és no. Motiu: igual que no hauríeu de mencionar hipòtesis irrelevantes o donar nom a conceptes irrelevantes, tampoc no hauríeu de posar etiquetes irrelevantes. L'etiqueta atrau una petita part de l'atenció del lector i una petita part del seu cervell es preguntarà per què hi ha l'etiqueta. Si hi ha un motiu, aleshores la pregunta aconsegueix un propòsit sa, com una preparació, sense escarafalls, per a una referència futura a la mateixa idea; si no hi ha motiu, l'atenció i la pregunta han estat en va.

És bo ser avar en l'ús de les etiquetes, però la parquedat també es pot dur a l'extrem. No us recomano que feu el que una vegada va fer Dickson [2]. A la pàgina 89 diu: «Aleshores tenim per (1) que ...», però la pàgina 89 és el començament d'un capítol i resulta que no conté cap *display*, i encara menys un amb l'etiqueta (1). El *display* etiquetat (1) apareix a la pàgina 90, en girar el full, i mai no se m'hauria acudit de buscar-lo *allí*. Aquest truc em va fer passar cinc minuts perplex i impotent. Quan finalment ho vaig trobar, em vaig sentir alhora estúpid i estafat, i mai no he perdonat Dickson.

Un lloc on apareixen sovint notacions complicades és la inducció matemàtica. De vegades és inevitable. Molt sovint, però, penso que indicar com es passa del cas 1 al cas 2 i continuar amb un desimbolt «i així successivament» és d'un rigor tan impecable com fer un càlcul detallat, i molt més entenedor i convincent. De manera similar, sovint una propietat general sobre matrius $n \times n$ es prova millor mostrant un cas particular prou típic (diguem el cas 3×3)

que no pas exhibint molts a_{ij} acompanyats de tríades de puntets disposades en files, columnes i diagonals.

Hi ha una pauta en tots aquests interdictes sobre evitar les notacions. És important adonar-se que el concepte rigorós de demostració matemàtica només es pot ensenyar a una màquina estúpida d'una manera, però a un humà proveït d'intuïció geomètrica, amb una experiència creixent cada dia i amb la incapacitat impacient de concentrar-se en detalls repetitius durant molta estona, aquesta manera no és una bona manera. Una altra il·lustració d'això és una prova que consisteix en una cadena d'expressions separades per signes d'igualtat. Una prova així és fàcil d'escriure. L'autor comença amb la primera equació, fa una substitució natural per obtenir la segona, associa termes, permuta, insereix i immediatament elimina hàbilment un factor, i va avançant per passos com aquests fins que arriba a la darrera equació. Un cop més, això és codificar, i el lector és forçat no solament a aprendre a mesura que va llegint, sinó també a descodificar a mesura que va llegint. Esmerçant deu minuts més per escriure un paràgraf curosament redactat, l'autor pot estalviar a cadascun dels seus lectors mitja hora i bastant confusió. El paràgraf hauria de contenir les instruccions per a l'acció, en comptes del codi inútil que simplement registra els resultats de l'acció i deixa que el lector endevini com s'han obtingut. El paràgraf vindria a dir quelcom com això: «Per provar-ho, primer substituïu p per q , després associeu termes, permuteu els factors i , finalment inseriu i cancel·leu un factor r .»

Un truc típic d'ensenyament dolent és començar una prova dient: «Donat ε , sigui δ igual a $(\frac{\varepsilon}{3M^2+2})^{1/2}$.» Aquesta és l'escriptura cap endavant tradicional en els analistes clàssics. Té l'avantatge de ser fàcilment *verificable* per una màquina (en oposició a *compreensible* per un ésser humà), i té el dubtós avantatge que al final alguna cosa resulta ser menor que ε en comptes de ser, posem, menor que $(\frac{(3M^2+7)\varepsilon}{24})^{1/3}$. La manera de fer menys feixuga la tasca del lector humà és òbvia: escriuiu la prova cap endavant. Comenceu, com l'autor sempre comença, posant quelcom menor que ε , i després feu el que calgui —multipliqueu per $3M^2 + 7$ quan toqui, i dividiu després per 24, etc., etc.— fins que acabeu amb allò que trobeu. Cap de les maneres no és elegant, però la manera cap endavant es pot entendre i recordar.

16 Useu els símbols correctament

No es pot fer gaire mal amb els símbols no alfabètics, però també en això és bo ser consistent, com ho és evitar els abusos que passen desapercebuts un per un, però que són col·lectivament abrasius. Així, per exemple, és bo usar un símbol de manera consistent per tal que la seva traducció verbal sigui sempre la mateixa. És bo, però probablement és impossible; malgrat tot, és un objectiu millor que la manca d'objectiu. Com hem de llegir « \in »: com la frase verbal «pertany a» o «és a», o com la preposició «en»? És correcte escriure: «Per $x \in A$, tenim $x \in B$ », o «Si $x \in A$, aleshores $x \in B$ »? Jo sempre prefereixo la darrera opció (llegir sempre « \in » com a «pertany a») i deploro la primera opció per partida doble (els dos usos apareixen a la mateixa frase). També seria fàcil

escriure «Per x en A tenim que $x \in B$ », i és fàcil de llegir; s'hi eviten qualsevol dissonància i qualsevol ambigüitat, encara que sigui momentània. El mateix val per a « \subset », encara que la traducció verbal sigui més llarga, i encara més val per a « \leq ». Una frase com «Si $p \leq 3$, el quadrat de p és ≤ 9 » és lletja.

No solament els paràgrafs, les frases, les paraules, les lletres i els símbols matemàtics, sinó també els símbols aparentment innocents de la prosa ordinària poden ser la font d'anomalies i malentesos. Em refereixo als signes de puntuació. N'hi haurà prou amb un parell d'exemples. Primer: una equació, una desigualtat, una inclusió, o qualsevol altra frase matemàtica, són, pel seu contingut informatiu, equivalents a una frase en llenguatge ordinari i, per tant, requereixen igualment una separació dels seus veïns. En altres paraules: puntueu les frases simbòliques exactament igual que puntuaríeu les verbals. Segon: no ofegueu els petits signes de puntuació com el punt i la coma. El lector els salta fàcilment i l'oblit pot obligar a tornar enrere, pot confondre, pot retardar. Exemple: «Suposeu que $a \in X$. X pertany a la classe C , ...» El punt entre els dos X està ofegat, i també ho està el següent: «Suposeu que X s'anuïa. X pertany a la classe C , ...» Una bona regla general és: no comenceu mai una frase amb un símbol. Si insistiu a començar la frase mencionant allò que el símbol denota, avantposeu-hi el terme apropiat: «El conjunt X pertany a la classe C , ...»

El punt ofegat no és pitjor que la coma ofegada. No digueu «Si tenim una matriu invertible X , X^* serà invertible», sinó «Si tenim una matriu invertible X , l'adjunta X^* serà invertible». Semblantment, no digueu «Com que $p \neq 0$, $p \in U$ », sinó «Com que $p \neq 0$, resulta que $p \in U$ ». Fins el vulgar «Si no t'agrada, aguanta't» (o, més aviat, els seus parents matemàtics) costa més de digerir que el més estirat «Si no t'agrada, aleshores aguanta't»; us recomano «aleshores» amb «si» en tots els contextos matemàtics. La presència d'un «aleshores» mai no confondrà ningú; la seva absència podria fer-ho.

Un tecnicisme final que pot servir com a ajuda a l'exposició, i que hauria de mencionar aquí, és en cert sentit més petit fins i tot que els signes de puntuació; més petit en el sentit que és invisible, i en canvi, en un altre sentit, és l'aspecte més notable de la pàgina impresa. Parlo del disseny, l'arquitectura, l'aparença de la pàgina mateixa, de cada pàgina. L'experiència d'escriure, i potser també de la lectura conscient i crítica, us hauria de donar un sentit de com quedarà el que esteu escrivint quan s'imprimeixi. Si sembla prosa compacta, tindrà un aspecte sever, com d'un sermó; si sembla un embolic calculístic, amb pàgines plenes de símbols, tindrà un aspecte complicat que espantarà. La mitjana harmònica és harmònica. Trenqueu-la, però no gaire; useu prosa, però no gaire. Intercaleu prou *displays* per a donar a l'ull l'oportunitat d'ajudar el cervell; useu símbols, però entremig de prou prosa per a impedir que el cap es trobi enfangat entre els subíndexs.

17 Tota comunicació és exposició

He dit abans, i voldria repetir-ho per posar-hi més èmfasi, que les diferències entre llibres, articles, conferències i cartes (i altres formes de comunicació que se us puguin acudir) són menors que les semblances.

Quan escriviu un article de recerca, el paper dels «paperets» a partir dels quals es pot construir l'esquema d'un llibre el podrien fer els teoremes i les demostracions que hàgiu descobert; però el solitari que hi heu de jugar és el mateix.

Una conferència és una mica diferent. En principi, una conferència és com un article expositiu; l'heu de planificar i escriure de la mateixa manera. La diferència és que heu de tenir en compte les dificultats de la presentació oral. El lector d'un llibre pot permetre's de distreure's i, més endavant, quan ho decideixi, tornar a agafar el fil, sense perdre-hi res a part del seu temps; l'assistent a una conferència no ho pot fer. El lector pot intentar demostrar els vostres teoremes per ell mateix i fer servir la vostra exposició com a comprovació del seu treball; qui escolta no ho pot fer, això. L'amplitud de l'atenció de qui llegeix és petita; la de qui escolta encara més. Si un càlcul és inevitable, podeu imposar-lo al lector; però no ho hauríeu d'imposar mai a qui us escolta. La meitat de l'art d'escriure bé és l'art de l'omissió; parlant, l'art de l'omissió és nou desenes parts del truc. Aquestes diferències no són grans. Evidentment, un bon article expositiu seria una conferència horrible si es llegís en veu alta —però no seria pitjor que algunes de les que jo he hagut d'escoltar.

La disposició de la pàgina impresa, en una conferència, és substituïda per l'aparença de la pissarra,⁹ i l'audiència que l'autor es pot imaginar, en el cas del conferenciant, és substituïda per persones reals; això sí que són diferències importants. Pel que fa a la pissarra: us dona l'oportunitat de fer que quelcom esdevingui viu i vagi creixent d'una manera impossible per a l'autor de la pàgina impresa. (Els conferenciants que preparen una pissarra ben plena abans de començar a parlar són poc intel·ligents i desconsiderats amb l'audiència.) Pel que fa a les persones reals: us donen aquella resposta immediata que tots els escriptors somnien però no poden obtenir.

Els problemes bàsics de tota comunicació expositiva són els mateixos; són els que he anat descrivint en aquest assaig. Contingut, objectiu, organització, més els detalls vitals de la gramàtica, la dicció i la notació —tot això, i no pas la teatralitat, són els ingredients essencials de les bones conferències, com dels bons llibres.

18 Defenseu el vostre estil

La comunicació còmoda i eficaç té uns enemics: s'anomenen assistents editorials o *correctors*.

⁹ Més de trenta anys després de la publicació d'aquest article, tot el que es refereix a la pissarra és perfectament aplicable a la pantalla on es projecten les presentacions en vídeo.

Un *editor* pot ser de gran ajuda per a l'autor. Els autors matemàtics normalment han de passar sense aquesta ajuda, perquè l'editor d'un llibre matemàtic ha de ser un matemàtic i hi ha molt pocs matemàtics editors. L'editor ideal, que hauria de poder entendre tots els detalls del tema de l'autor, pot donar a l'autor la visió d'un entès sobre el llibre, però no esbiaixada, una visió que l'autor mateix no pot tenir. L'editor ideal és la unió de l'amic, la dona, l'estudiant, el jove i aplicat graduat del qual he parlat abans. Els editors matemàtics de les sèries de llibres i les revistes no s'acosten gaire a l'ideal. La seva feina editorial és només una petita fracció de la seva vida, mentre que ser un bon editor és una feina a temps complet. L'editor matemàtic ideal no existeix; la combinació amic-dona-etcetera només n'és un succedani gairebé ideal.

El *corrector* és un treballador a temps complet i la seva feina és atrapar les vostres inconsistències, les vostres errades gramaticals, els vostres errors de dicció, les faltes d'ortografia —tot allò on us podeu equivocar, excepte el contingut matemàtic. El problema és que el corrector no es veu a si mateix com una extensió de l'autor i la seva feina normalment degenera a aplicar mecànicament i malament una sèrie de regles mecàniques. Deixeu-me'n donar uns exemples.

Una vegada vaig estudiar unes transformacions anomenades «measure-preserving» (fixeu-vos en el guió: té un paper important perquè converteix dues paraules en una de sola, un adjectiu.) A algunes transformacions que apareixien a l'estudi no els corresponia el nom; i això s'indicava, és clar, pel prefix «non-». Després d'una llarga sèrie d'instruccions mal interpretades, la versió impresa parlava d'una «nonmeasure preserving transformation». Això és un disbarat, és clar, un disbarat divertit, però com a tal distreu i confon.

Un amic matemàtic em va explicar que en el manuscrit d'un llibre seu va escriure una cosa com «Es compleix p o q segons que x sigui negatiu o positiu». El corrector ho va canviar per «Es compleix p o q segons que x sigui positiu o negatiu» perquè li semblava que sonava millor. Seria divertit si no fos trist, i, per descomptat, molt i molt fals.

Una queixa usual de qualsevol que hagi discutit amb l'enemic sobre les cometes és quant a la seva relació amb els altres signes de puntuació. Sembla que hi ha un decret tipogràfic internacional segons el qual un punt o una coma just a la dreta d'unes cometes «fa lleig». (Com aquí: el corrector hauria canviat això per «fa lleig.» si jo li hagués deixat fer.) Des del punt de vista de la lògica del matemàtic (i encara més de la del lògic matemàtic) el decret no té cap sentit; la coma o el punt ha d'anar allí on la lògica de la situació ho demani. Així, en

Ell va dir: «Les cometes fan lleig.»

el punt ha d'anar clarament dins de la citació; les dues situacions són diferents i no hi ha cap regla rígida que es pugui aplicar a tots dos casos.

Lliçó: hi ha llibres sobre «estil» (que sovint tracten de convencions tipogràfiques), però llur aplicació mecànica pels correctors pot ser desastrosa. Si voleu ser autors, heu d'estar preparats a defensar el vostre estil; aneu ben armats a la batalla.

19 Atureu-vos

La batalla contra els correctors és la darrera feina de l'autor, però no és la que molts autors consideren com la darrera. El pas que és subjectivament el darrer ve just abans: es tracta d'acabar el llibre —de parar d'escriure. I és difícil.

Sempre hi ha alguna cosa per fer, sempre hi ha alguna cosa més a dir, o una manera millor de dir alguna cosa, o, com a mínim, una sensació vagament destorbadora que l'afegiment o la millora perfectes són a tocar, i la por que aquesta omisió comportarà lamentacions eternes. Fins i tot ara que escric això, lamento no haver inclòs un o dos paràgrafs sobre la rellevància de l'eufonia i la prosòdia en l'exposició matemàtica. O, espereu-vos un minut!, no puc aturar-me de cap manera sense un discurs sobre la manera apropiada de batejar conceptes (per què «commutador» està bé i «conjunt de la primera categoria» està malament) i la manera apropiada de batejar els teoremes (per què «el teorema de la gràfica tancada» està bé i «el teorema de Cauchy-Buniakowski-Schwartz» no). I què me'n dieu, d'aquell sermonet que no he pogut redactar satisfactòriament sobre el fet de seguir un model? Escolliu un model, anava a dir, que escrigui d'una manera que us commogui i us ensenyi, i adapteu i modifiqueu el seu estil per acomodar-lo a la vostra personalitat i el vostre tema —per força ho he de dir, això, d'alguna manera.

No hi ha cap més solució per a aquest problema que l'òbvia: l'única manera d'aturar-se és ser implacable. Podeu ajornar l'agonia una mica, i ho heu de fer, amb la correcció de proves, la comprovació dels càlculs, deixant madurar el manuscrit i després llegint-lo d'una tirada, però tampoc aleshores no tindreu més ganes d'aturar-vos que abans.

Quan haureu escrit tot el que se us hagi acudit, esmerceu un parell de dies a llegir tot el manuscrit ràpidament per comprovar les coses importants que òbviament captaran l'atenció d'un estrany. La matemàtica és bona, l'exposició és interessant, el llenguatge és clar, el format és agradable i fàcil de llegir? Aleshores corregiu proves i comproveu els càlculs; això és un consell obvi i ningú no necessita que li diguin com s'ha de fer. «Deixar madurar» és fàcil d'explicar, però no sempre és fàcil de fer: vol dir deixar el manuscrit en un calaix i intentar oblidar-lo durant uns quants mesos. Quan hàgiu fet tot això, i després hàgiu rellegit tot el treball des d'un punt de vista relaxat, haureu fet tot el que pugueu. No espereu a obtenir un resultat més, no continueu polint-lo. Encara que obtingueu aquell resultat o elimineu aquella expressió desplaent, descobrireu un altre miratge a continuació.

En resum: comenceu pel començament, continueu fins que arribeu al final i aleshores, sense més, atureu-vos.

20 La darrera paraula

He arribat al final de tots els consells sobre escriure en matemàtiques que he estat capaç de comprimir en un assaig. Les recomanacions que us he anat fent es basen una mica en el que faig, una mica més en el que lamento no haver

fet, i molt més en el que hauria desitjat que uns altres fessin amb mi. Podeu criticar tot el que he dit per molts motius, però us demano que no sigui per comparació entre el que us dic ara i el que vaig fer en el passat. Si us plau, feu el que dic i no pas el que faig, i ho fareu millor. Aleshores, reescriuiu aquest assaig i mostreu a la propera generació com fer-ho encara millor.

Referències

- [1] BIRKHOFF, G. D. «Proof of the ergodic theorem». *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 17 (1931), 656-660.
- [2] DICKSON, L. E. *Modern algebraic theories*. Chicago: Sanborn, 1926.
- [3] DUNFORD, N.; SCHWARTZ, J. T. *Linear operators*. Nova York: Interscience, 1958.
- [4] BURCHFIELD, R. W.; FOWLER, H. W. *The new Fowler's modern English usage*. 3a ed. Oxford University Press, 1996.
- [5] HAMOS, P. R. «I want to be a mathematician: an automathography». Nova York: Springer-Verlag, 1985.
- [6] HEISEL, C. T. *The circle squared beyond refutation*. Cleveland: Heisel, 1934.
- [7] LEFSCHETZ, S. *Algebraic topology*. Nova York: AMS, 1942.
- [8] NELSON, E. «A proof of Liouville's theorem». *Proc. AMS*, 12 (1961), 995.
- [9] *Roget's international thesaurus*. 6a ed. revisada per B. A. Kipfer i R. L. Chapman. Harper-Collins, 1992.
- [10] THURBER, J.; NUGENT, E. *The male animal*. Nova York: Random House, 1940.
- [11] *Webster's third new international dictionary, unabridged*. Merriam-Webster, 2002.