

L'ampliació del camp didàctic i la difusió social de les matemàtiques

Yves Chevallard*
Universitat d'Aix-Marsella

L'exposició consta d'alguns apartats subdividits en diferents punts o «tesis» amb els comentaris corresponents.

A. Les matemàtiques a la societat: modes de presència social

1. Les matemàtiques són presents a la societat sota dues formes principals: *matemàtiques cristal·litzades* (o «mortes») i *matemàtiques vives* (o «en viu»).

2. Anomenem matemàtiques cristal·litzades les matemàtiques (vives) *consumides* en el procés social de producció dels *objectes* i de les *pràctiques* socials. En aquest sentit, tot objecte material —per exemple, un bol·lígraf, una taula, etc.— «conté» matemàtiques cristal·litzades.

La tesi 2 continuaria essent certa si substituïssim «matemàtiques» per «electricitat», per exemple. En canvi, ambdues tesis resultarien falses si visquéssim al segle XVII.

3. a) L'impressionant desenvolupament de les matemàtiques (vives) durant aquest segle permet omplir el món social de matemàtiques cristal·litzades.

b) Aquesta correlació positiva té conseqüències paradoxals: és, en efecte, aquest mateix desenvolupament el que permet, a través del procés de cristal·lització, o sigui d'*implicitació* de les matemàtiques, que les matemàtiques es tornin cada dia més *eficients socialment* i a la vegada més *invisibles culturalment*.

En altres termes, els matemàtics i enginyers de tot tipus treballen per construir un món d'objectes i pràctiques socials replet de matemàtiques (cristal·litzades) de tal manera que l'ús d'aquests objectes i la realització d'aquestes pràctiques no necessiti el maneig efectiu de matemàtiques (vives) per part de l'usuari o de l'operador.

B. Les matemàtiques entre societat i cultura

1. Sota les seves formes cristal·litzada i viva, les matemàtiques constitueixen avui dia un ingredient fonamental en el funcionament de les nostres societats.

* Yves Chevallard és investigador en Didàctica de les Matemàtiques i Director de l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) a la Universitat d'Aix-Marsella.

2. La presència de les matemàtiques en els objectes i pràctiques del món social és principalment a causa de la seva presència simbiòtica, característica de l'època moderna, en una gamma cada vegada més àmplia de matèries; i no solament en les ciències de la naturalesa.

Durant més d'un segle, hem après a veure les matemàtiques com un personatge auxiliar en el desplegament de les ciències físiques, on a vegades semblaven tanca-des. La «disbauxa» actual de les matemàtiques fa possible el retorn del que, durant els segles anteriors, els matemàtics en deien les matemàtiques mixtes, és a dir associacions de matemàtiques amb altres coneixements, en les que les matemàtiques acomplien un rol director, assumint el liderat epistemològic: la balística o l'òptica en són exemples antics i la teoria del senyal un exemple contemporani.

Si es produís avui dia un tall del corrent elèctric, una ciutat moderna deixaria de funcionar. De la mateixa manera, si es produís avui dia un tall del corrent matemàtic, la societat moderna tampoc no podria continuar funcionant. Així, doncs, les nostres societats tenen necessitats matemàtiques vitals, o sigui, les matemàtiques tenen una gran pertinència epistemològica en les nostres societats.

3. Mentre que les matemàtiques tenen una màxima pertinència epistemològica a les nostres societats, els manca terriblement la *pertinència cultural*. Encara que gaudeixin d'una formidable *legitimitat cultural*, cosa que genera a la vegada actituds de respecte formal i d'agressivitat passional, no semblen quelcom imprescindible en la cultura —en cap estrat de la cultura— com són, per exemple, la música clàssica en la cultura «cultura» o el futbol en la cultura popular.

Dit en altres paraules, gairebé cap medi social no demana als seus membres, com a condició per sentir-se membres per complet d'aquest medi, un estil determinat de relació amb les matemàtiques; gairebé tots podem, si no ignorarles, almenys oblidar-les. Ni tan sols un no pot fer-se valdre de les matemàtiques per lluir-se culturalment: en mencionar la seva afecció, només pot suscitar reaccions típiques de respecte temerós i de sospita cultural. L'interès per les matemàtiques no és un valor establert en l'axiologia cultural.

L'estatus cultural de les matemàtiques no ha estat sempre igual. A la societat culta del món europeu del segle XVIII, les matemàtiques tenien una veritable pertinència cultural. Hi va haver una època en la que el «cultiu de les lletres» incloïa el cultiu de les matemàtiques: a l'entorn dels matemàtics professionals hi havia matemàtics aficionats per als quals l'estudi més o menys mundà de les matemàtiques representava gairebé una obligació cultural.

4. L'encontre històric en les matemàtiques d'una pertinència epistemològica sobresortint i d'una falta prou notable de pertinència cultural determina un problema crucial que es planteja a les societats del nostre temps. Aquestes societats no tenen una cultura apropiada per a satisfer les seves necessitats matemàtiques (i més en general científiques) sense que apareguin tensions excessives. Sorgeix aleshores un «malestar a la cultura»: les nostres societats no tenen la cultura exigida per a la satisfacció d'alguna de les seves necessitats més vitals.

C. La gent i les matemàtiques

1. La gent no troba quasi mai matemàtiques vives a la seva vida quotidiana. Això és el resultat del treball secular dels matemàtics per desmatematitzar els gestos més corrents de la vida de cada dia, integrant les matemàtiques, sota forma cristal·litzada, en els objectes i els gestos.

Aquesta tesi pretén rebatre l'opinió comuna entre certs pedagogs d'avui dia, segons la qual la vida quotidiana, fins i tot la de l'infant, estaria plena d'ocasions per fer matemàtiques.

2. La presència de matemàtiques vives a la vida professional planteja un problema lleugerament diferent:

a) La densitat de matemàtiques vives en una tasca professional determinada tendeix a disminuir; de manera semblant al que passa a la vida quotidiana, existeix un procés secular de desmatematització puntual de les pràctiques professionals.

b) Aquesta decreixença no és uniforme: contínuament, en una o altra professió, apareixen noves feines que per a la seva execució necessiten de les matemàtiques vives. Així doncs, el procés de desmatematització a llarg termini es combina amb un procés a curt termini de rematematització, en tot cas provisional.

c) La quantitat de matemàtiques vives trobades en una vida professional pot créixer, decreixer o estabilitzar-se amb el pas del temps; però hem d'admetre que si agafem la mitjana d'aquestes matemàtiques sobre el conjunt de totes les professions, ni que sigui encara minça, tendeix a créixer amb el pas del temps.

3. El fenomen anterior s'amplifica encara més en els estudis tant generals com professionals on es manegen sobretot matèries cada vegada més impregnades de matemàtiques.

Aquests fenòmens constitueixen l'eco en l'àmbit de la formació i en l'àmbit professional del creixement global de les activitats matemàtiques en el funcionament social, i, especialment, en la vida contemporània de la ciència.

L'aparent contradicció entre el procés de desmatematització i el creixement de la densitat de matemàtiques vives troba la seva solució en el fenomen següent: mentre que les tècniques tendeixen a desmatematitzar-se, les tecnologies i teories que les fonamenten i legitimen racionalment són formacions epistemològiques amb una densitat relativament alta de matemàtiques vives; ara bé, la societat exigeix als seus membres, a través de la formació inicial i contínua, que contribueixin a dur la càrrega de la justificació que es requereix per les exigències de la racionalitat social.

D. El concepte social de matemàtic

1. L'ús actual de la paraula «matemàtic» és el resultat d'un gran nombre d'estratègies socials d'exclusió i inclusió. Com a tal no pot acceptar-se com a concepte bàsic en l'anàlisi científica de l'univers matemàtic. Qualsevol resposta a la pregunta «¿Qui és matemàtic?» no solament és ambigua i confusa; és també indefinidament falsejable perquè depèn eminentment de la posició social des de la qual un pretén analitzar-la.

2. Des del punt de vista antropològic, definirem aquí com a Matemàtic tot actor de qualsevol institució que, com a tal, hagi de respondre en nom de la institució de l'esdevenir de les matemàtiques en el si de la institució.

En aquest sentit, els matemàtics en el sentit usual del terme, és a dir els matemàtics productors de la ciència matemàtica, són, per suposat, Matemàtics. Però passa el mateix amb els professors de matemàtiques i fins i tot amb els mestres d'escola.

L'ampliació així determinada del conjunt dels Matemàtics pot agafar-se com una provocació. Destaquem que, en efecte, en el sentit proposat aquí, el títol de Matemàtic no està estretament relacionat amb el coneixement de les matemàtiques que un pot posseir. Es refereix explícitament i únicament a la responsabilitat epistemològica que un té respecte a les matemàtiques. En particular, aquest criteri ens permet destacar el fet que el mestre d'escola estigui sotmès a una responsabilitat múltiple respecte a les diferents matèries que ha d'ensenyar: per a la institució docent que el lloga, el mestre desenvolupa al mateix temps els papers de Matemàtic, Historiador, Biòleg, etc., encara que tot això ho pugui fer epistemològicament de manera molt senzilla.

3. Agafant la paraula «Matemàtic» en el sentit que hem definit anteriorment, podem dir que les societats contemporànies es caracteritzen pel gran nombre de Matemàtics que el seu funcionament demana.

Al grup dels matemàtics productors i al dels ensenyants cal afegir-hi molts altres grups, des dels definits amb més precisió com el dels enginyers, fins als més informals com el grup més vague dels investigadors que en un equip de biòlegs o d'arqueòlegs, per exemple, desenvolupen el paper de matemàtic de l'equip.

E. Vers una nova aliança matemàtica

1. En les nostres societats, la vida matemàtica real s'estén molt més enllà de l'horitzó que la cultura imposa a la nostra visió del món matemàtic. L'anàlisi precedent ens permet entreveure una part submergida d'aquest món, tota una societat amagada, feta d'una profusió de poblets, llogarets a vegades minúsculs, que componen un món culturalment silenciós encara que socialment actiu i fins i tot decisiu en la vida social.

2. L'oblit per part nostra d'aquestes matemàtiques submergides produeix efectes negatius. Per una banda, les necessitats matemàtiques d'aquesta cara *oculta* no s'identifiquen, per falta de criteris compartits que permetin reconèixer-les: aquestes necessitats només queden satisfetes parcialment. Per altra banda, la part que emergeix, és a dir la institució matemàtica «oficial», malgrat la seva immensa legitimitat cultural i potència epistemològica pateix els efectes retardats d'aquesta insatisfacció social: sembla alçar-se per sobre de la societat com un monstre fred, impressionant però aïllat, sense connexió orgànica suficient amb les necessitats matemàtiques de la vida social.

Des d'aquest punt de vista, la situació de les matemàtiques és molt semblant a la de l'escriptura. Per raons històriques, els coneixements sobre l'escriptura —és a dir

els coneixements que permeten escriure adequadament— van resultar monopolitzats per la institució literària. Aquest monopoli social es reflexa en l'oblit cultural de les necessitats gramaticals, retòriques, ortogràfiques, etc., desencadenades per la vida d'avui dia i que tots més o menys patim. Per exemple, el treball quotidià dels escriptors científics, és a dir, de qualsevol científic, es té menys en compte que els turments de l'embrutapapers que es dedica a l'escriptura literària. Molta gent que ha d'escriure diàriament, i que és, doncs, responsable de la seva escriptura, no es considera escriptor, de la mateixa manera que molts d'aquells que manegen matemàtiques no es consideraran matemàtics.

3. Les consideracions anteriors ens duen a superar el marc estret de la família matemàtica *nuclear* d'avui dia, per preocupar-nos per la família matemàtica *extensa* en la que hi tenen cabuda tots els Matemàtics.

F. Un canvi en la cultura

1. El reconeixement per complet de la parentela matemàtica demana admetre l'existència d'una pluralitat de tipus de relació orgànica amb les matemàtiques. Al costat de la del matemàtic productor hem de situar, amb igual dret de ciutadania, les relacions que tenen amb les matemàtiques l'ensenyant (en qualsevol nivell d'ensenyament i en qualsevol tipus d'institució docent), l'epistemòleg, el físic, l'usuari (per exemple l'enginyer o el tècnic), el divulgador, etc., i també, només faltaria, el didàctic de les matemàtiques!

Més enllà del simple dret a l'existència i a la diferència de les distintes problemàtiques socials respecte a les matemàtiques, els diversos estils de relació amb les matemàtiques que tenen pertinència epistemològica en el funcionament social han d'aconseguir una determinada visibilitat cultural i legitimitat epistemològica i cultural, sense les quals les matemàtiques només podran malviure en la societat.

2. L'acceptació de la família matemàtica en tota la seva extensió és el punt de partida d'un canvi cultural. Solament sobre la base social així reconstruïda podrà créixer de nou un veritable interès cultural per les matemàtiques. I és només aquest interès cultural el que permetrà transformar la cultura de manera apropiada per sostenir adequadament el procés de satisfacció de les necessitats matemàtiques de les nostres societats.

G. El paper dels matemàtics productors en la família matemàtica

1. Després de la simple atenció vers les distintes pràctiques matemàtiques presents en el món social, l'interès dels matemàtics productors per la seva família es pot concretar en l'anàlisi de les necessitats matemàtiques dels altres membres de la seva família i en la participació al que n'he dit *treball transpositiu* que dites necessitats requereixen.

En diem treball transpositiu del procés que permet transportar a diverses institu-

cions les matèries que necessiten: es tracta aquí del que n'he dit la transposició institucional de les matèries, de la qual la transposició didàctica constitueix un cas particular essencial. Tanmateix hem d'ampliar aquest esboç de definició per incloure-hi el procés de creació dels coneixements matemàtics necessitats. En aquests processos de creació i difusió de les matemàtiques, la participació dels matemàtics productors pot ser de diferents maneres: no solament han d'actuar com a productors sinó que han d'exercir també la vigilància epistemològica necessària per aconseguir la bona salut o integració de la família matemàtica.

2. El rol dels matemàtics productors és encara més important en el cas de les necessitats matemàtiques de l'ensenyament de les matemàtiques, a qualsevol institució docent. La *noosfera*, instància social a qui correspon procurar de satisfer aquestes necessitats, no pot desenvolupar el seu paper sense l'ajut i el recolzament efectius de matemàtics productors. L'arca dels productors constitueix la principal font de control i legitimitació epistemològica de l'evolució de les matemàtiques ensenyades.

En aquest sentit es podria dir que el grup dels matemàtics productors constitueix el «pater familias» de la família matemàtica. Dissortadament, en el període actual, sembla que els matemàtics (en el sentit restringit de la paraula) tendeixen a eludir (fins i tot a refusar) les seves responsabilitats pel que fa el cas. ¿Fins a quin punt, per exemple, s'han informat dels problemes de la reforma de l'ensenyament mitjà d'aquest país? I tot això tenint en compte que el seu recolzament i ajut són més que més importants en aquest cas ja que qualsevol reforma ensopega generalment amb pressions culturals epistemològicament il·legítimes que el «reformador mitjà» no pot rebatre fàcilment per autoritat pròpia.

H. Un personatge nou: el didàctic

1. La difusió, que hem subratllat, de les Matemàtiques per tot l'espai social, genera obligatòriament necessitats d'índole didàctica: per tal que les matemàtiques siguin presents a tot arreu, es necessiten processos d'aprenentatge i, molt sovint, d'ensenyament. Aleshores, a les mateixes institucions on habiten les Matemàtiques existeixen també episodis didàctics *de més o menys durada que plantegen problemes de gestió didàctica.*

Si definim la didàctica com aquesta dimensió totalment social caracteritzada per la presència d'una intenció, institucionalment sostinguda, d'ensenyar o aprendre certa matèria, es pot dir que la didàctica és densa a totes les institucions que allotgen activitats d'índole matemàtica. On hi hagi ciència hi haurà episodis didàctics. Aquesta llei també s'aplica a l'àrea de la producció de matemàtiques, però en aquest cas la tradició establerta condueix als matemàtics productors a procurar satisfer per ells mateixos les seves necessitats didàctiques, cosa que no impedeix que hi hagi problemes de divulgació i difusió internes dins d'aquesta àrea.

2. El desplegament de la qüestió didàctica per la difusió social de les matemàtiques, obre un sens fi de nous camps d'estudi per al didàctic en quant a investigador. Aquest personatge relativament nou ha de poder allunyar-se del seu «terror», vull dir

del sistema escolar pròpiament dit, per anar a explorar aquests territoris oberts de nou. No solament és possible la seva presència a l'escenari ja descrit, sinó que la seva intervenció sembla cada vegada més útil per assegurar adequadament els processos de difusió social de les Matemàtiques.

En el treball transpositiu que ens hem referit abans, la producció i el tractament de la matèria matemàtica no són suficients. Tots dos junts constitueixen un tipus de treball que no dubtaré en dir-ne treball d'enginyeria matemàtica. Ara bé, tota l'experiència adquirida pels didàctics en les dues últimes dècades ha de dur-nos a pensar que tal enginyeria matemàtica s'ha de situar dins el marc de la enginyeria didàctica, de la qual en forma part integrant. Dit d'altra manera, aquest tipus d'enginyeria matemàtica és un component especialitzat, encara que imprescindible, de la enginyeria didàctica.

3. El desenvolupament de l'activitat d'enginyeria didàctica necessària per a la difusió social de les matemàtiques no pot evitar d'ensopegar amb problemes *fonamentals* d'índole didàctica. Així, doncs, tal desenvolupament necessita immediatament el suport teòric de la didàctica de les matemàtiques.

4. Més concretament, necessitem avui dia que la Didàctica de les Matemàtiques es converteixi en una matèria bàsica present a la carrera de matemàtiques a títol de matèria *fonamental i operativa* per als futurs membres de la família matemàtica.

La nova exigència nostra d'ensenyar la Didàctica de les Matemàtiques planteja al seu torn nous problemes, que són problemes ;de didàctica de la didàctica! Així, els didàctics d'avui dia han d'encarar-se amb el problema de la transposició didàctica de la didàctica.

Tan sols voldria afegir que estic molt content d'haver treballat aquest darrer any sobre aquest problema, juntament amb companys i companyes de Granada, Saragossa, Barcelona i tants altres llocs d'Espanya.