

La formació inicial dels professors de matemàtiques

Manuel Castellet*
Universitat Autònoma de Barcelona

Una educació per al segle XXI

La reforma de l'ensenyament universitari impulsada pel Consell d'Universitats des de fa més d'un any i mig va avançant amb grans dificultats en un ampli espectre de les possibles futures titulacions, però afortunadament va avançant.

No obstant, hi ha alguns estudis que la seva planificació sembla ser especialment conflictiva, per la seva pròpia naturalesa i/o per una forta lluita de competències i àrees d'influència de diversos sectors universitaris. Potser la formació del professorat d'ensenyament mitjà sigui un dels punts més importants i a la vegada més conflictius del sistema educatiu. Respecte a ell hi ha una diversitat d'opinions i d'interessos que fan molt difícil trobar una solució que agradi a tothom.

Els dos pols fonamentals entre els quals es mou aquesta problemàtica són, per una banda, el coneixement de la matèria que s'ha d'impartir i, per altra banda, els coneixements relacionats amb la manera d'impartir-la. El ¿què ensenyar? i el ¿com ensenyar? han de ser conjugats harmònicament, doncs, és evident que un desviacionisme cap a qualsevol dels dos pols produiria un desequilibri en la formació del futur professor que seria nefast per a l'educació dels estudiants d'ensenyament mitjà.

La dialèctica ara i aquí a Espanya sol centrar-se en si els futurs professors d'ensenyament mitjà han de formar-se a les Facultats universitàries, com ha succeït fins ara, o a les Escoles o Facultats especials d'Educació. El model als països del nostre entorn no és únic i, molt probablement no existeixi una solució universal òptima. En alguns països, com ara Gran Bretanya, es permet una doble via: els futurs professors poden provenir tant d'Escoles d'Educació com de Facultats (especialment de Ciències i Lletres). Permeteu-me començar a apuntar ja la meva opinió: enquestes i estadístiques que mereixen tota credibilitat assegurin que el professorat sortit de les Facultats és més satisfactori, especialment per als nivells mig i alt de l'ensenyament secundari.

Certament, les nostres Facultats no s'han mostrat excessivament interessades en aquest problema fins fa molt poc. No obstant, les circumstàncies han propiciat que

* Manuel Castellet és Catedràtic de Geometria i Topologia de la Universitat Autònoma de Barcelona i Director del CRM (Centre de Recerca Matemàtica).

cada vegada més es noti una certa pressió per part dels estudiants i professors per pal·liar aquesta situació. En algunes llicenciatures ja s'hi han introduït assignatures d'història i de didàctica amb aquesta intenció; però, en general, el que s'ha fet fins ara és insuficient.

Es presenta ara l'ocasió de fer una revisió a fons dels plans d'estudi i ens sembla que en les llicenciatures que s'estan conformant aquests dies es poden estructurar currícula que capacitin els llicenciats per exercir la carrera docent en l'ensenyament mitjà.

Certament, en el projecte per a la reforma de l'ensenyament, que per iniciativa del Ministerio de Educación y Ciencia s'ha sotmès a debat aquests darrers mesos, pel que fa a l'ensenyament secundari es distingeixen diferents períodes (12-16 anys, 16-18 anys), que naturalment corresponen a diferents graus d'aprenentatge en les diverses disciplines. Creiem, però, que en els futurs professors d'aquests nivells el coneixement del *¿què ensenyar?* dominarà sobre el de *¿com ensenyar?* Per això l'organització dels seus currícula ha de recaure sobre les facultats específiques de les diferents matèries.

Formació del professorat d'ensenyament mitjà

La llicenciatura en Matemàtiques ha de posar els futurs professors d'ensenyament mitjà en condicions de poder ensenyar matemàtiques des d'una perspectiva adequada.

És fonamental tenir en compte *¿com s'ha format en matemàtiques?*, *¿com ha assimilat les seves experiències matemàtiques?*, *¿quin nivell matemàtic ha aconseguit?*

És important aconseguir que el futur professor d'ensenyament mitjà estigui familiaritzat amb problemes clàssics i moderns essencials, que conegui suficients exemples i models d'estructures generals que condueixin a aplicacions interessants, que domini els mètodes de càlcul i que sàpiga formular oralment i per escrit raonaments matemàtics, tot això des de l'òptica d'una formació científica que li hagi permès aconseguir tant una bona informació en algunes parts fonamentals de les matemàtiques, com un coneixement profund d'algun tema, que li permeti fer-se una idea de la investigació actual. Només així, el futur professor podrà transmetre una imatge adequada de la matemàtica i estarà capacitat per continuar la seva formació i introduir-se en possibles noves disciplines quan les circumstàncies ho demanin.

Però, la formació científica ha d'estar també complementada en l'aspecte didàctic. És cert que moltes qüestions sobre l'ensenyament de les matemàtiques, sobretot de tipus metodològic, només es poden resoldre satisfactòriament després d'una certa pràctica i experiència en l'ensenyament. Però, la formació didàctico-matemàtica hauria de millorar-se a la Universitat, ja sigui amb disciplines de Didàctica de les Matemàtiques, o millor encara, amb disciplines científiques, mitjançant l'anàlisi didàctica d'una matèria, estudiant especialment les conseqüències que se'n poden obtenir per a l'ensenyament. En aquest aspecte, és important la interdisciplinarietat (relació amb la física, l'enginyeria o l'economia...), així com el coneixement de la història o dels problemes clàssics.

Formació general

Aquesta proposta es fa independentment dels plans d'estudi vigents a cada una de les universitats catalanes.

Durant la formació general s'haurien de cobrir i assimilar els coneixements de les parts més importants i fonamentals de les matemàtiques (la qual cosa no vol dir que s'hagin d'estudiar els fonaments). En algunes matèries un curs complet és excessiu i seria suficient un semestre.

Seria desitjable, com en tot l'ensenyament, partir de situacions concretes en les lliçons introductòries per anar aprofundint progressivament en els conceptes més abstractes. És fonamental per a tot matemàtic, però especialment per al futur professor d'ensenyament mitjà, assimilar molt bé el contingut del primer cicle. També és fonamental que el professor s'hagi estalviat sistemàticament abstraccions o refinaments inútils.

La matèria per assimilar hauria de ser poca i el més concreta possible, però ben aprofundida.

L'anàlisi

Primer nivell: Funcions reals d'una variable real. Derivació i integració (integral de Cauchy o la de Riemann; estrictament la topologia de \mathbb{R}^n).

Segon nivell: Funcions de diverses variables. Derivació i integració. (Topologia dels espais mètrics; possiblement no topologia general. Integral de Riemann.) Sèries de Fourier.

Tercer nivell: Teoria elemental de les equacions diferencials (no oblidem mètodes de càlcul ni estudi qualitatiu). Teoria elemental de les funcions analítiques (fins el teorema dels residus).

La geometria

Primer nivell: geometria afí i euclidiana (mitjançant l'àlgebra lineal fins a la diagonalització, introduïnt progressivament els conceptes d'àlgebra abstracta que apareixen de manera natural, no abans).

Segon nivell: geometria projectiva (utilitzant l'estructura dels endomorfismes dels espais vectorials de dimensió finita). Quàdriques (projectives, afins i mètriques, utilitzant la classificació de formes bilineals simètriques). (Utilitzar, quan convingui, mòduls sobre l'anell de polinomis, però sense fer teoria de mòduls.)

Tercer nivell: Geometria diferencial (corbes i superfícies, però possiblement no més enllà).

La topologia

Topologia general (fins a compactes i connexos) com a generalització dels espais mètrics. El grup fonamental (invariància homotòpica, teoria de l'índex i Seifert-van

Kampen). (No matar-s'hi calculant grups fonamentals d'espais estranys que en realitat no es presenten mai.)

L'àlgebra

Primer nivell: àlgebra lineal fins a la diagonalització (en connexió amb la geometria). Inici a grups, anells de polinomis, cossos (en funció de les necessitats en la geometria).

Segon nivell: estructura dels endomorfismes dels espais vectorials de dimensió finita i classificació de formes bilineals simètriques (en connexió amb la geometria). Teorema d'estructura dels grups abelians de tipus finit (en connexió amb la topologia). Grups donats per generacions i relacions (en connexió amb la topologia).

Tercer nivell: àlgebra abstracta pròpiament dita: grups abelians i grups finits. Anells (principals, factorials, teorema de la base de Hilbert). Mòduls. Cossos.

Les probabilitats i l'estadística

S'hauria de buscar una forta interrelació amb l'anàlisi del segon nivell; això permetria una forta reducció de les hores dedicades a aquestes disciplines. És més aviat matèria de formació específica que no pas de formació general.

Formació específica

En aquest cicle l'alumne hauria d'aprofundir en una matèria que hagués elegit ell. Repeteixo: això li permetria fer-se una idea de la investigació actual i, així, podrà transmetre una imatge adequada de la matemàtica i estarà capacitat per continuar la seva formació de manera permanent.

També és el moment d'entrar en contacte amb una anàlisi històrico-didàctica d'una o d'algunes disciplines, i de completar la seva formació amb la participació activa en algun seminari. Els seminaris estimulen la participació i la capacitat creativa i crítica i, tal vegada, s'haurien d'instaurar de manera definitiva en els plans d'estudi.

No creiem que ara sigui el moment de presentar temes d'estudi concrets. Hauran de ser els que corresponguin als plans d'estudi de cada Universitat. Però sí que val la pena de comentar el punt que fa referència a l'anàlisi històrica o didàctica. Una manera molt interessant de dur a terme aquesta anàlisi pot ser:

— Introduir als plans d'estudi una assignatura d'Història de les Matemàtiques, en la qual es dediqui un semestre a epistemologia de la ciència, i un segon semestre al desenvolupament de l'àlgebra conmutativa, l'anàlisi vectorial via els quaternions de Hamilton, el teorema dels poliedres d'Euler, ...).

— Analitzar cada curs, des d'un punt de vista didàctic, una de les assignatures del segon cicle. Exemple: semestre sobre el teorema de Fermat (començar amb la situació de la teoria dels nombres en l'època de Fermat, centrant bé el tema, donar la demostració d'Euler per a $n = 3$, la de $n = 4$, ..., motivar la introducció dels divisors i dels anells de Dedekind, arribar als resultats de Kummer). Tot això dedicant especial

atenció a les relacions amb resultats d'altres branques i a la influència que pugui tenir per al futur professor d'ensenyament mitjà.

Els futurs professors podrien seguir, d'aquesta manera, durant aquest cicle, quatre assignatures de tendència històrico-didàctica que haurien de repercutir favorablement en la seva tasca docent.

La professionalització

Alternativament o complementàriament, una bona formació didàctica pot abastar l'elecció d'un àmbit específic d'aprenentatge, anàlisi empírica de les dificultats en l'aprenentatge, obtenció i discussió dels criteris de modificació de la didàctica.

No obstant, la formació d'un professorat plenament satisfactòria, un cop acabats els estudis universitaris, no es pot aconseguir només amb una formació teòrica adquirida en unes conferències o seminaris; és essencialment una tasca d'aprenentatge pràctic, d'actuació dirigida i crítica, d'encomanar-se d'una manera de fer i d'un entusiasme que fan que aquesta tasca fecundi i que permeti detectar en quines persones hi ha aquesta capacitat de dedicar-se plenament a aquesta feina, sense la qual els resultats seran mediocres.

Però, la formació científica ha de ser completada en l'aspecte didàctic. És cert que moltes qüestions sobre l'ensenyament de les matemàtiques, sobretot de tipus metodològic, només es poden resoldre satisfactòriament després d'una certa pràctica i experiència en l'ensenyament. És per això que creiem imprescindible que el futur professor d'ensenyament mitjà dediqui, com a mínim, un curs sencer a l'aprenentatge del seu futur ofici.

Sense voler entrar en una exposició detallada de l'actual sistema, hem de citar alguns dels seus inconvenients, perquè es vegi més clar què és el que no s'ha de fer. L'actual sistema del C.A.P. comporta l'assistència a uns cursos psicopedagògics que en general ni es fan bé ni són ben acollits pels alumnes i que dubtem que puguin aportar quelcom positiu per al futur professor de matemàtiques d'ensenyament mitjà, completats amb unes pràctiques limitades (limitadíssimes) en determinats instituts, pràctiques que en la majoria dels casos són purament fictícies per causes que no volem pas exposar aquí.

L'aprenent de qualsevol ofici aprèn tot ajudant, observant, obeint, treballant conjuntament amb l'especialista qualificat. La proposta següent és una forma alternativa al sistema actual, amb molts avantatges científics, pedagògics, didàctics..., i un inconvenient: les finances.

El Departament d'Ensenyament de la Generalitat podria escollir uns 15 o 20 instituts, en els quals el Seminari de Matemàtiques el dirigís un professor especialment qualificat. Aquests seminaris rebrien anualment dos llicenciats que actuarien durant tot un curs acadèmic (i per què no dos?) com ajudants o aprenents. Es tractaria, com hem indicat anteriorment, d'una «tasca d'aprenentatge pràctic, d'actuació dirigida i crítica, d'encomanar-se d'una manera de fer i d'un entusiasme que facin fecundar aquesta tasca...».

Aquests ajudants haurien d'actuar mitja jornada convenientment remunerada o becats i els caps del seminaris corresponents haurien de beneficiar-se d'una substancial reducció d'hores de docència.

Paral·lelament a aquestes pràctiques, les universitats oferirien un o dos cursos en relació directa amb les feines en els instituts d'aprenentatge. És obvi que entre els caps de seminaris de matemàtiques dels instituts d'aprenentatge i el director dels cursos mencionats s'haurien d'establir les més estretes relacions possibles.

La formació continuada i el reciclatge

No obstant, és previsible que el nou professorat representi durant els pròxims anys (donada la semisaturació de llocs de treball) un tant per cent relativament petit respecte al nombre de professors que ja exerceixen. Per altra banda, s'ha de tenir en compte que una bona part dels professors de matemàtiques de nivell mitjà no van realitzar els estudis de llicenciatura en matemàtiques, motiu pel qual no sempre s'ha pogut controlar la seva formació actuant sobre els programes dels estudis universitaris.

Aleshores es presenta un problema doble: la formació continuada del professorat que ja exerceix i la del nou, i el reciclatge dels primers.

No sembla apropiat posar noves obligacions a aquells que ja ocupen un lloc fix de treball, però tanmateix es considera positiu poder oferir algun sistema que permeti la formació continuada i el reciclatge del professorat.

S'han contemplat dues possibilitats:

— Cursos específics sobre temes concrets interessants. En aquest sentit, en els últims anys, la Secció de Matemàtiques de la Societat Catalana de Ciències ha organitzat els cursos: «*Mètodes algebraics a la topologia*», «*Iniciació a l'anàlisi numèrica*», «*Aplicacions de la lògica matemàtica a l'àlgebra i a l'anàlisi*» i «*De l'aritmètica a l'àlgebra*». L'èxit ha estat més que notable i considerem que l'experiència ha estat molt vàlida per a una futura programació de formació continuada del professorat.

D'aquests curssets se n'haurien d'oferir al voltant de tres l'any, amb diferents temes i estructura. Per exemple, cursos de llarga durada un cop per setmana, cursos intensius d'un mes a l'estiu..., de manera que tothom que ho desitgés hi pogués assistir.

— Fòrums de discussió de temes concrets. Posem com exemple alguns dels temes tractats a Suïssa en els fòrums dels últims anys: «*El paper de les funcions a tots els nivells de l'ensenyament*», «*Situacions motivants en l'ensenyament de les matemàtiques*», «*L'ensenyament de la geometria*» i «*L'escriptura fraccionària i decimal*». Aquests fòrums permeten al professor reciclar-se en el millor sentit de la paraula, d'una part participant als fòrums i d'altra banda, si no hi participa, llegint els resums de les discussions i conclusions d'aquests fòrums.

La Societat Catalana de Matemàtiques està actualment capacitada per a l'organització de curssets i fòrums com els que hem mencionat abans, si es consideren convenients. S'hauria de confeccionar una àmplia llista de temes i distribuir-la als centres per poder-ne fer una selecció adequada.