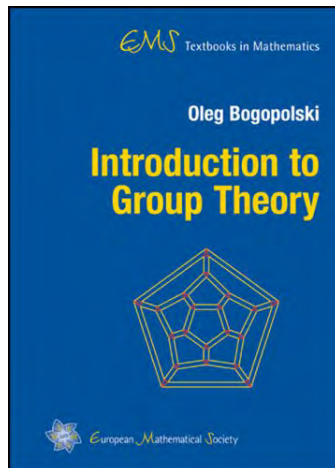


geomètric modern), o capbussar-se en múltiples articles de recerca dirigits sobretot a l'investigador i amb poca virtut divulgativa. En canvi, aquest llibre dóna una introducció a la matèria molt agradable de llegir, i al mateix temps força completa i amb una bona quantitat de resultats.



En aquest llibre tenen cabuda, per exemple, la teoria de Bass-Serre de grups actuant en arbres i els resultats que l'acompanyen sobre amalgames i extensions Higman-Neumann-Neumann; la teoria dels grups lliures des del punt de vista modern mitjançant grafs, amb els plec de Stallings (*foldings*) com a eina bàsica per entendre els subgrups del grup lliure, o l'estudi del grup $SL(n, \mathbf{Z})$ des del punt de vista hiperbòlic. Tot això sense deixar de banda els conceptes clàssics centrals de la teoria, com són les presentacions d'un grup (finit o infinit), les transformacions de Tietze, o els productes lliures, estudiats sota la nova llum geomètrica. Igualment hi tenen

cabuda resultats clàssics que el lector recordarà d'altres contextes, com per exemple, l'estudi dels complexos, les superfícies topològiques o el teorema de Seifert-van Kampen.

Per finalitzar, l'autor fa una concessió al seu tema favorit de recerca i dedica el tercer capítol al grup d'automorfismes del grup lliure i els *train-tracks*. L'any 1992, la publicació de l'article de M. Bestvina i M. Handel *Train-tracks and automorphisms of free groups* a l'*Annals of Mathematics* va revolucionar l'estudi dels automorfismes dels grups lliures. Amb l'objectiu de demostrar la conjectura d'Scott (el subgrup dels punts fixos per un automorfisme d'un grup lliure de rang n té rang, com a màxim n), els autors introdueixen els *train-tracks* com a representants privilegiats dels automorfismes exteriors del grup lliure. Aquell article és considerablement llarg, tècnic i difícil de llegir. En canvi, el professor Bogopolski fa una introducció als *train-tracks* per al cas irreductible, que és fàcilment llegible i entenedora per a algú amb un mínim coneixement del grup lliure i dels seus automorfismes. Acaba amb el teorema fonamental de Bestvina-Handel per al cas irreductible, el que garanteix l'existència del representant *train-track* per a qualsevol automorfisme exterior irreductible, i de l'algorisme per calcular-lo.

En resum, encara que sigui un tòpic, aquest llibre servirà tant a l'estudiant d'últims anys de llicenciatura que vulgui introduir-se a la teoria de grups, com a l'expert que vulgui consultar l'enunciat exacte d'un teorema clàssic o la manera d'introduir un concepte clau. I és que, no és aquesta versatilitat una de les grans virtuts dels bons llibres de matemàtiques?

Josep Burillo
UPC

Wavelets, their friends and what they can do for you

Autor: MARTIN J. MOHLENKAMP, MARIA CRISTINA PEREYRA
Editorial: EMS Publishing House, 2008.

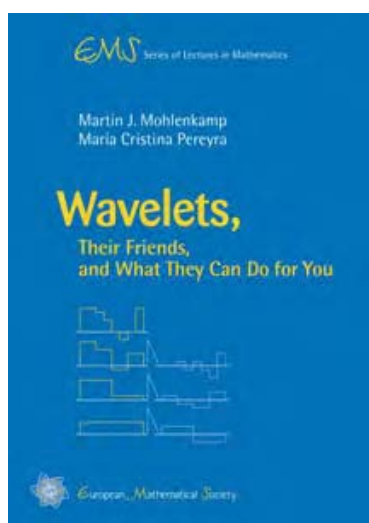
Darrerament s'han editat molts llibres sobre ondetes. Aquest n'és un altre dels que van començar com a notes de seminari i han madurat fins a ser un text publicat com cal. En ser un llibre de longitud modesta, s'han hagut de fer concessions a l'espai: hi ha poques demostracions, però rellevants, i els desenvolupaments que es fan amb detall són interessants i centrals.

El desenvolupament general de l'obra procedeix exposant primer l'anàlisi de Fourier, presentant a continuació el marc teòric de les ondetes i les classes més conegudes d'aquestes, i acaba amb un mostrari d'aplicacions.

El lector ha trobat especialment interessants les seccions finals del llibre: és allà on es presenten els «amics i coneguts» de les ondetes

als quals fa referència el títol. Aquestes noves coneixences i la part de les aplicacions (que se centren en el tractament de la imatge) constitueixen gran part del valor diferencial de l'obra.

El primer capítol comença a un nivell elemental, cosa que s'agraeix, introduint conceptes com ara la definició de producte escalar, norma i base ortonormal. Amb aquesta base, els autors poden passar a parlar dels objectes essencials de la teoria, per exemple bases de Riesz, frames i dualitat.



Al següent capítol, s'exposa l'anàlisi de Fourier, eina central en tot el desenvolupament posterior de l'obra. Històricament, aquesta eina va representar un punt de vista completament nou per a l'estudi de les funcions. Un punt de vista que feia ressaltar els fenòmens de periodicitat i que ha resultat ser equivalent, al temps que complementari, a l'enfocament clàssic. El joc que dona aquesta dualitat de punts de vista ja es pot apreciar en aquest capítol quan se'ns presenta el principi de Heisenberg o el teorema de Balian-Low. Aquests resultats vénen a dir que hom no pot tenir simultàniament una funció concentrada en temps i freqüència, i ens mostren fins a quin punt l'enfocament temporal i freqüencial són posicions extremes i la necessitat que hi ha, per tant, de disposar d'una eina que pugui combinar l'anàlisi freqüencial amb un suport compacte a l'eix del temps. Així es va fer restringint les funcions de l'anàlisi de Fourier a un interval. El llibre acaba aquest tema amb les bases de Gabor com a exemple d'aquest procediment.

Seguidament, es parla del concepte d'anàlisi multiresolució, és a dir, de la necessitat de te-

nir descripcions d'un fenomen a múltiples escales. A la pràctica, això s'ha fet tradicionalment recorrent a bancs de filtres que s'aplicaven simultàniament al senyal. El vector de respostes a aquests filtres era el resultat d'aquesta anàlisi. El problema bàsic és com escollir aquests bancs de manera que permetin extreure de manera fiable i completa les característiques freqüencials que volem, sense incórrer en redundància excessiva. En aquest sentit, les ondetes representen una manera sistemàtica d'adreçar aquest problema de manera que els filtres resultants tinguin bones propietats. El desenvolupament teòric passa per definir una família d'espais encaixats de funcions indexats sobre els enters. Cada espai està associat amb una certa escala de detall a la qual volem considerar el senyal. Aquests espais estan construïts de manera que una funció i les seves translacions enteres en l'eix del temps es troben al mateix espai i que el fet de doblar l'escala temporal (és a dir, en transportar el senyal una octava) porti la funció a l'espai immediatament següent. Es demana, a més, que l'espai central estigui generat per una única funció (anomenada funció d'escala) i els seus desplaçaments enters. D'entrada, es demana que aquest conjunt de translacions formi una base ortonormal, però aquesta condició serà relaxada als capítols següents.

Els exemples més usuals d'ondetes es presenten a continuació donant per a cada una d'elles la llista de propietats com ara: si tenen suport compacte, si són simètriques, quin és el grau de regularitat i el nombre de moments nuls.

A partir d'aquest moment, el llibre parla de modificacions del concepte d'ondata (o mutacions com els agrada d'anomenar-les) que s'adrecen a necessitats específiques de les aplicacions. Així, podem relaxar la condició d'ésser base ortonormal, o bé es poden considerar espais generats per més d'una funció d'escala. Val a dir que per a les aplicacions d'imatge digital ens cal que l'espai base sigui el pla o l'espai euclidià, i que les ondetes clàssiques no es comporten bé respecte de rotacions atès que l'extensió natural a base de considerar productes tensorials d'ondetes unidimensionals té tendència a crear artefactes en les imatges.

Els darrers dos capítols estan dedicats a mostrar aplicacions en les quals les d'ondetes i els seus derivats han estat profitosos, així com a la recopilació de la bibliografia que el lector in-

teressat per saber-ne més pot consultar. Les aplicacions més fructíferes han estat en el camp de la compressió del senyal (so, imatge o vídeo) i l'eliminació de soroll (*denoising*) i són les que s'expliquen més a bastament d'acord amb l'ex-

periència dels autors. Una part està dedicada a mostrar l'ús de les ondetes en la resolució d'equacions diferencials. Cal remarcar també l'extensa bibliografia que ocupa més del deu per cent de l'extensió de l'obra.

Jordi Saludes
UPC

Invitation to topological robotics

Autor: MICHAEL FARBER

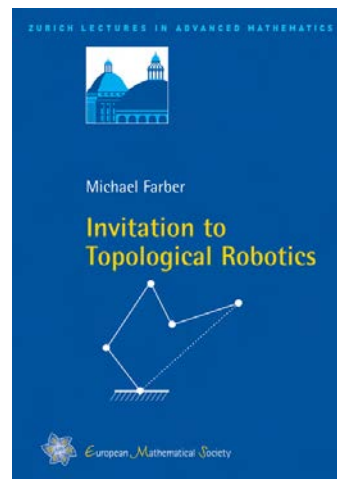
Editorial: EMS Publishing House, 2008.

El moviment dels objectes en entorns complexos té molt a veure no tan sols amb la posició, sinó també amb l'orientació (qualsevol persona que condueixi sap de què estic parlant). A la robòtica, aquesta qüestió és encara més punyent, atès que les decisions de moviment dels robots autònoms són preses per màquines. D'aquesta manera, quan es tracta d'assolir una certa posició amb una mà de robot, és important d'arribar-hi en una direcció determinada. Passa el mateix quan es planifica el moviment d'un robot mòbil que ha de navegar per un entorn complicat on hi ha passadissos estrets. Uns altres tipus de problemes tenen a veure amb les possibles posicions que poden adoptar els actuadors d'un braç de robot en relació amb la posició i orientació de la mà. Tots aquests temes es poden formalitzar associant les posicions i orientacions de l'objecte a unes coordenades dins d'un espai mètric adient.

Aquest llibre explora les relacions entre la topologia i els aspectes globals de les possibles configuracions de mecanismes al pla o a l'espai. El concepte d'espai de configuracions és central en aquest estudi i cal tenir en compte que aquest terme designa diferents coses en cadascun dels capítols.

Així, al primer capítol, s'estudien els espais de configuracions dels mecanismes articulats al pla, formats per baules rígides que formen un cicle, i dels quals suposem que tenim dos vèrtexs consecutius fixats. Aquest problema és equivalent a estudiar l'espai de mòduls dels polígons de n costats fixats sota l'acció de les semblances directes del pla. Tot depèn aquí de la proporció entre les longituds i , en el cas més senzill dels triangles, hi ha dos casos genèrics que corresponen a si es compleix estrictament la desigualtat

triangular o no. En el primer cas, fixada una aresta, hi ha dos triangles possibles (simètrics respecte de l'aresta fixada) i, en el segon cas, l'espai de configuracions és buit. Enmig es troba el cas límit en el qual una aresta és la suma de les altres dues. En aquest cas, el triangle degenera a un únic segment. El següent cas considerat correspon als quadrilàters i ja és més interessant: obtenim espais de configuracions que són o bé un punt, la circumferència, la unió puntual de dues circumferències, o bé dues circumferències desconnectades.



L'estudi general d'aquesta part depèn de l'existència de subconjunts de longituds amb relacions de dependència entera. Per als resultats d'aquesta part, s'usa essencialment teoria de Morse en presència d'una involució compatible. També es parla d'una conjectura de Walker sobre si la cohomologia de l'espai de configuracions determina el vector de longituds del mecanisme (llevat de reordenació i de proporcionalitat, és clar). Seguidament, s'aborda una conjectura que fa pensar en la celebrada qüestió de Kac sobre fins a quin punt l'espectre de les vibracions d'un