d'equacions en derivades parcials, d'operadors el·líptics, en diverses situacions no estàndards i que no permeten el recurs directe de la citació. Alguns d'aquests resultats, de J. Bruna, i els autors d'aquest llibre, han donat lloc a sengles publicacions.

Finalment, quelcom d'especialment agraït és el grau de completesa matemàtica del text, l'elecció de la bibliografia i els comentaris sobre la mateixa que en fan els autors, en un àmbit que sovint és una selva de publicacions i resultats.

Recomanem molt la lectura total o parcial del llibre, tant pel contingut com pels mètodes emprats, a matemàtics, físics, i altres persones interessades en l'aplicació de les matemàtiques a la descripció del que percebem com a realitat.

Josep M. Burgués
UAB

Racó biogràfic

Fèlix Hausdorff (Breslau, 8.11.1868–Bonn, 26.12.1942)

La primera vegada que vaig sentir la paraula «Hausdorff» va ser a començaments del 1970: «...i com que l'espai és Hausdorff existiran entorns tals que...». Al llarg de la carrera de matemàtiques van sortir molts altres noms (Weierstras, Taylor, Christoffel, Noether, Banach, Rolle, Stokes, Fubini, Wronski, l'Hôpital, Riemann, Cauchy, Schwarz, Klein, Sylow, Bolzano, Zorn, Kronecker, Borel, etc.), però tots plegats no eren més que índexs que servien per citar teoremes, lemes, fórmules, desigualtats, espais, grups, anells, símbols, botelles, integrals, etc. Quasi mai no es deia res de les persones que hi havia al darrere.

Després, amb el temps, he descobert i segueixo descobrint les diferents personalitats matemàtiques i els diferents entorns històrics que hi ha al darrere d'aquests noms índex, i no deixen de sorprendre'm les coses que en llegeixo. Certament molts d'ells podrien esdevenir bons arguments per a novel·les i pel·lícules i, recentment, ja n'hi ha hagut alguns exemples (amb més o menys encert).

El dia que vaig voler saber què hi havia darrere l'índex Hausdorff, aquell nom que em permetia separar punts amb entorns convenients, aquell dia em vaig sentir ple de tristesa i d'indignació, aquell dia vaig saber que Hausdorff es deia Fèlix i que Fèlix Hausdorff havia estat una víctima més del nazisme: el 26 de gener de 1942, Fèlix Hausdorff, juntament amb la seva esposa Charlotte i la germana de Charlotte, van decidir suïcidar-se davant la imminent deportació a un camp d'extermini. Fèlix Hausdorff, aquell home que havia exercit de professor de matemàtiques a les universitats de Leipzig, Bonn i Greifswald i que havia escrit matemàtiques, astronomia, filosofia, assaigs culturals, música, poesia i teatre; creador d'alta matemàtica (axiomàtica d'espai topològic per via d'entorns, mesura i dimensió de Hausdorff, hipòtesi del continu generalitzada, principi maximal de Hausdorff, paradoxa de l'esfera, etc.), aquell home havia de ser exterminat pel simple fet de ser jueu.

Obra completa

L'any 1992, a partir d'uns actes celebrats a Bonn per commemorar el cinquantenari de la mort de Fèlix Hausdorff, es va iniciar un projecte per a la recuperació, organització i publicació de tota la seva obra. Aquest projecte, que ja ha donat fruit amb la publicació de sis dels nou volums en projecte, l'està duent a terme un grup interdisciplinari procedent de diversos països europeus (Alemanya, Suïssa, Rússia, República Txeca i Àustria) i el formen setze matemàtics, quatre historiadors de la matemàtica, dos literats, un filòsof i un astrònom. Els títols d'aquests nou volums són els següents:

Vol. 1. *Biographie. Hausdorff als akademischer Lehrer. Arbeiten über geordnete mengen [Biografia. Hausdorff com a professor. Treballs sobre conjunts ordenats].*

Vol. 2. *Grundzüge der Mengenlehre (1914) [Principis de la teoria de conjunts].*

Vol. 3. *Mengenlehre (1927, 1935). Arbeiten zur deskriptiven Mengenlehre und Topologie [Teoria*

de conjunts. Treballs sobre teoria descriptiva de conjunts i topologia].
Vol. 4. *Analysis, Algebra und Zalentheorie [Anàlisi, àlgebra i teoria de nombres].*
Vol. 5. *Astronomie, Optik und Wahrscheinlichkeitstheorie [Astronomia, òptica i probabilitat].*
Vol. 6. *Geometrie, Raum und Zeit [Geometria, espai i temps].*
Vol. 7. *Philosophisches Werk (Sant'Ilario (1897), Das Chaos in Kosmischer Auslese (1898), Essays zu Nietzsche) [Treballs filosòfics (Sant'Ilario, Caos en l'elecció còsmica, Assaigs sobre Nietzsche)].*
Vol. 8. *Literarisches Werk (Ekstasen, Der Artz seiner Ehre, Essays) [Treballs literaris (Èxtasi, El metge de la seva honra, Assaigs)].*
Vol. 9. *Korrespondenz [Correspondència].*

Alguns trets biogràfics

Fèlix Hausdorff va néixer el 1868 a la ciutat alemanya de Breslau (avui Wroclaw, Polònia). Els pares de Hausdorff formaven part de les famílies jueves que havien fet tot un esforç d'assimilació de la cultura alemanya per tal de sentir-se ciutadans amb ple dret d'aquella jove nació. La Constitució del 1871 donava seguretat a aquesta voluntat integradora i durant un període d'uns cinquanta anys els jueus van poder desenvolupar-se amb una certa llibertat dins la societat germànica, tot i l'existència de grups antisemites. Des de petit, Fèlix Hausdorff va viure en un ambient constituït per famílies jueves alemanyes benestants. El seu pare, Louis Hausdorff, comerciant del ram tèxtil, va traslladar-se a Leipzig i això va fer que el jove Hausdorff cursés els estudis de batxillerat en aquesta ciutat. Al Gymnasium Nicolai hi va rebre una formació humanística que li va agradar d'allò més; era d'esperar, doncs, que el 1887, en acabar la formació secundària, decidís continuar els estudis superiors en una facultat d'humanitats. Però no va anar exactament així, sinó que va decidir que els seus estudis oficials serien de matemàtiques i que, a la vegada, per tal de no interrompre la formació humanística que havia rebut al Gymnasium Nicolai, assistiria a classes de literatura, filosofia, teologia, lingüística, música, etc. Fèlix Hausdorff va portar a terme aquesta voluntat fins al punt que, a partir d'un cert moment, hi va haver dos Hausdorff: el matemàtic i el que seria el «doctor Paul Mongré», pseudònim amb què firmava la producció literària i filosòfica. Fèlix Hausdorff es doctorà el 1881 llegint una tesi sobre la refracció astronòmica i el 1895 es presentà a una habilitació amb un treball sobre l'absorció de la llum en l'atmosfera. Poc després va ser nomenat «Privatdozent» a la seva mateixa Universitat de Leipzig. Llavors, el 1897 sortí publicat el primer treball del doctor Paul Mongré: *Sant'Ilario, pensaments des del paisatge de Zaratustra*. Es tractava d'una col·lecció d'aforismes a l'estil de Nietzsche que escriví a la Ligúria (Itàlia), el mateix lloc on el filòsof havia escrit *Així parlà Zaratustra*. Un any després, el 1898, el doctor Mongré publicà *Caos en l'elecció còsmica*, un assaig filosòfic on qüestionava les visions metafísiques del món i on proposava noves visions de les categories d'espai i temps. El 1900, el doctor Mongré publicà *Ekstases*, un volum de poemes sobre la natura, la vida, la mort i l'erotisme, i el 1904 escriví l'obra de teatre satíric *El metge de la seva honra*, una sàtira del duel com a salvaguarda de l'honor. L'obra obtingué un gran èxit i es representà arreu d'Alemanya. Hi hagué altres publicacions filosòfiques i literàries del doctor Mongré, cada vegada més distanciades en el temps, i a partir del 1912 no n'hi hagué cap més.

Tornem enrere fins al 1900, quan va casar-se amb Charlotte Goldschmidt, filla d'un metge jueu i néta d'un rabí, però ella mateixa era de confessió luterana. La parella va tenir un sol descendent, una filla que va ser batejada amb el nom de Lenore. Els Hausdorff, plens d'afany cultural, compartien aquest afany amb amics de professions ben diverses (poetes, literats, músics, artistes, filòsofs) i organitzaven trobades en les quals Hausdorff mostrava les seves habilitats pianístiques.

Durant aquest primer període, el matemàtic Hausdorff convivia amb harmonia amb el doctor Mongré. Entre les classes, les publicacions matemàtiques sobre temes diversos (òptica 1896, matemàtica financera 1897, geometria no euclidiana 1899, nombres hipercomplexos 1900, teoria de la probabilitat 1901) i les expansions humanístiques del doctor Mongré, que ja he comentat, Fèlix Hausdorff vivia una vida plena i feliç. No obstant això, l'any 1901 tingué un con-

tratemps que seria premonitori del tràgic final. Aquest any la Universitat de Leipzig va proposar nomenar-lo professor associat (no ordinari) i va resultar que, per raons extraacadèmiques, no tots els vots li foren favorables. L'informe del degà ho deixa ben explícit: «La Facultat considera el seu deure informar al Ministeri Reial que la present proposta no ha estat aprovada per tots els membres reunits el dos de novembre d'aquest any, sinó per una votació de 22 a 7. La minoria que ha votat en contra del doctor Hausdorff ho ha fet perquè ell és de la fe jueva».

Hi ha dos punts clau en la vida del Hausdorff matemàtic: un és quan va conèixer la llavors recent creada teoria de conjunts de George Cantor; l'altre és quan va decidir traslladar-se a la Universitat de Bonn.

Cantor era professor a la Universitat de Halle-Wittenberg i regularment assistia a les trobades que s'organitzaven entre les universitats de Leipzig, Halle i Jena. Hausdorff, a diferència d'aquells qui s'oposaven al nou plantejament conjuntista de les matemàtiques, en va ser un defensor i usuari creatiu (conjunts parcialment ordenats, tipus d'ordinals, hipòtesi generalitzada del continu, etc.). Segons Purkert (2008), Hausdorff va ser el segon d'impartir un curs sobre teoria de conjunts (1901), poc després que Zermelo en fes un a Göttingen. Ni Cantor mateix n'havia impartit cap a Halle. En aquest període, Hausdorff va treballar en la teoria de conjunts ordenats i ordinals transfinits.

Eduard Study, professor de matemàtiques a la Universitat de Bonn, va animar Hausdorff a traslladar-s'hi. L'any 1910 Hausdorff passà a la Universitat de Bonn i a partir de llavors, Hausdorff s'entregà exclusivament a l'estudi de la recerca matemàtica; el doctor Mongré va deixar de publicar. En aquesta Universitat de Bonn, Hausdorff va tornar a impartir cursos sobre teoria de conjunts i va començar a treballar en la construcció d'una axiomàtica per a una topologia general. Tres anys més tard passà a ser professor ordinari de la Universitat de Greifswald. L'any 1914 va ser el de la publicació de *Grundzüge der Mengenlehre* (*Fonaments de la teoria de conjunts*), l'obra on defineix el concepte d'espai topològic abstracte sobre el concepte d'entorn. Aquest llibre el va consagrar com a matemàtic de primera línia arreu del món.

Cal dir que en aquell temps el títol de «Teoria de conjunts» abrigava no tan sols allò que avui esperaríem del títol, sinó també el que avui anomenem «topologia general». A més, hi havia teoria de la mesura i teoria de la integració. El llibre de Hausdorff és ple de resultats originals i orientacions noves i conté molts dels conceptes de topologia general utilitzats avui dia. També recull els resultats de Fréchet (1906) sobre espais mètrics.

Grundzüge der Mengenlehre es va publicar pocs mesos abans que esclatés la Primera Guerra Mundial, la qual cosa va fer que durant uns anys tingués molt poca divulgació. Acabada la guerra hi hagué un gran interès per la topologia i el llibre de Hausdorff apareixia contínuament citat. El 1927 s'edità *Mengenlehre*, una versió força reduïda dels *Grundzüge*. Aquesta edició reduïda es va fer servir com a manual i tingué successives edicions; el 1957 va ser traduïda a l'anglès. El llibre complet, els *Gründzuge*, es tornaren a editar el 1949, el 1965 i el 1978.

Entre les publicacions de Hausdorff a Greifswald, destaca especialment l'article del 1919, «Dimension und äusseres Mass», que tracta sobre la teoria de la dimensió i la mesura exterior.

El 1921 Hausdorff tornà a la Universitat de Bonn, on es trobà amb els seus amics Eduard Study i Otto Toeplitz. En aquesta universitat, el 1923 impartí un curs sobre teoria de la probabilitat des d'un plantejament axiomàtic i basant-se en la teoria de la mesura; això deu anys abans que Kolmogorov (1933) publiqués el seu famós tractat sobre teoria de la probabilitat. També va treballar sobre mètodes de sumació per a sèries divergents (1921) i féu contribucions a l'alesho-res recent desenvolupament de l'anàlisi funcional amb una extensió del teorema de Fischer-Riesz als espais L^p (1923).

Trist i tràgic període de jubilació (1935–1942)

Pels volts de l'any 1932 Hausdorff ja era conscient del perill que representava per als jueus l'ascendent partit nazi, però ell formava part d'aquelles famílies jueves que s'havien integrat a la societat alemanya assimilant-ne la cultura i els costums, aquelles famílies que se sentien (i eren) alemanyes de ple dret i no pensaven abandonar el país com altres ja havien fet. A Alemanya, a la dècada dels trenta, la situació era molt delicada però ningú no podia preveure

els límits de maldat que s'acabarien assolint a la dècada següent.

Hausdorff es jubilà l'any 1935, quan tenia 67 anys. Feia quaranta anys que treballava en universitats alemanyes i havia contribuït de manera notabilíssima al desenvolupament de la matemàtica, però no va rebre cap acte d'agraïment. Ans al contrari, per ser jueu se li va negar la possibilitat d'usar el préstec bibliotecari, així com altres serveis universitaris bàsics. Hausdorff, que vivia a la seva casa de Bonn, era visitat pel seu col·lega i amic Erich Bessel-Hagen, el qual li proporcionava llibres i articles recents, tot d'amagat. D'aquesta manera va poder fer diverses publicacions en revistes poloneses (*Studia mathematica*; *Fundamenta Mathematicae*). Fins al 1938 l'antisemitisme nazi havia actuat principalment a còpia de promulgar lleis i decrets que servien per anul·lar els drets civils de la població jueva, però la nit del 9 de novembre del 1938, l'endemà del 70 aniversari de Hausdorff, fou la coneguda ≪Reichskristallnacht≫ (Nit dels vidres trencats). Fou una nit de gran violència en què es van cremar sinagogues i cases de jueus amb gran quantitat d'apallissaments i detencions. Poc temps després van començar les mesures de deportació cap a camps de concentració a gran escala. Arribat en aquest punt, Hausdorff va decidir abandonar la seva estimada i ara perduda Alemanya, però ja era massa tard. Ateses les dificultats pròpies per sortir (les nacions estrangeres eren plenes de jueus emigrats), Hausdorff va escriure a Richard Courant a Nova York per demanar-li si li era possible obtenir una *research fellowship* per anar als Estats Units. Courant va escriure a Hermann Weyl; Weyl i John von Neumann van escriure cartes de recomanació a institucions i col·legues, però no s'hi va poder fer res.

Hausdorff, com a personalitat científica que era, havia pogut eludir la deportació diverses vegades, però finalment, el gener del 1942, quan tenia 73 anys, li va arribar l'ordre que havia d'abandonar casa seva i anar a viure amb la seva família a un gueto situat als afores de Bonn. Hausdorff sabia que allò era el pas previ cap al camp de concentració de Theresienstadt (ciutat situada al nord de Praga, avui Terezin). Amb una sobredosi de veronal, Fèlix Hausdorff, la seva dona i la germana d'aquesta van suïcidar-se. Així, mitjançant aquest entorn de mort per suïcidi, Hausdorff pogué separar-se de l'entorn de degradació humana en què es trobava immersa l'Alemanya nazi. Lenore, l'única filla de Hausdorff, va sobreviure el període nazi. Morí a Bonn l'any 1991. El carrer Hindenburgstrasse, on Hausdorff havia viscut, va ser anomenat *Hausdorffstrasse* a partir del 1948, quan només feia tres anys que havia finalitzat la Segona Guerra Mundial.

Bibliografia

James, Ioan Mackenzie (ed.). *History of Topology*. Amsterdam: North-Holland, 1999.

James, Ioan Mackenzie. *Remarkable mathematicians*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

Purkert, Walter. ≪The Double Life of Fèlix Hausdorff/Paul Mongré≫. *The Mathematical Intelligencer*, Nova York: Springer, 30 (4), 36–50, (2008).

Eduard Recasens Gallart
UPC

Webs de matemàtiques

Enciclopèdies de matemàtiques

No fa gaire, remenant la *Wikipedia* en castellà, vaig trobar a l'entrada sobre corbes el·líptiques (http://es.wikipedia.org/wiki/Curva_elíptica) la frase següent:
≪Las curvas elípticas sobre el cuerpo de los números reales vienen dadas por las ecuaciones $y^2 = x^3 - x$ y por $y^2 = x^3 - x + 1$.≫

Atesa la seva naturalesa col·laborativa i lliure, d'altra banda un dels seus punts forts, no és estrany trobar a la Wikipedia frases soltes o paràgrafs que no són correctes, o fins i tot que (com diria Pauli) ni tan sols són incorrectes. Malgrat que la política de revisions de la Wikipedia ha demostrat ser raonablement eficient a