màtica de Clara Grima (http://claragrima.com/), molt activa a xarxes socials.

Bayesana (@AnaBayes, http://anabelforte.com) és l'alter ego d'Anabel Forte, de la Universitat de València, des d'on es dedica a fer divulgació estadística.

El Dia Internacional de les Matemàtiques (@idm314) té un lloc web propi (https://www.idm314.org/), des d'on es coordinen les iniciatives de commemoració de cada any.

Mathisforall és un lloc web i un perfil d'Instagram (@_forall) creat per la matemàtica i fotògrafa Annie Raymond (@annieraymond) amb inspiradores entrevistes que mostren que, efectivament, les matemàtiques són per a tothom.

Altres membres del nostre ram també s'atreveixen amb les noves plataformes, com el professor Julio Moyano, amb un canal de TikTok (@jj.matematicas) on explica curiositats matemàtiques o, sobretot, curiositats sobre les matemàtiques. O Fermat's Library, una companyia de programari matemàtic que manté un perfil de Twitter (@fermatslibrary) amb la mateixa finalitat. El consultor John D. Cook fa una feina similar amb els seus perfils (@AnalysisFact, @TopologyFact, etc.).

Per acabar proposem tres jocs. En primer lloc, podeu mirar de posar un iceberg a l'aigua i que no es mogui (https://joshdata.me/iceberger.html). També us proposem que experimenteu amb el següent problema de les còniques de Steiner: quantes còniques tangents tenen en comú cinc còniques donades i com trobar-les (https://www.juliahomotopycontinuation.org/do-it-yourself/). Finalment, un per pensar: Parábola de los Polígonos (http://ncase.me/polygons-es/) és una pàgina web per jugar i reflexionar sobre la nostra societat creat per Vi Hart (@vihartvihart), creadora de Matemúsica Recreativa i Nicky Case (http://ncase.me), que desenvolupa jocs independents. No us deixarà indiferents!

Mostra gràfica d'altres llocs web

Matemàtiques i empresa

El mercat de les criptomonedes: un estudi quantitatiu des de diferents perspectives

Miquel Barcelona[1], Axel Brando[2] i Jan Ot Piña[1]
[1]Unitat de Transferència de Coneixement i Tecnologia del Centre de Recerca Matemàtica i [2]Barcelona Supercomputing Center

A l'hora d'operar en mercats d'intercanvi i predir tendències, la pregunta de si pujarà o baixarà el preu molts cops no té una resposta senzilla. Un dels motius és perquè ens movem en una problemàtica on decisions humanes erràtiques i altres esdeveniments del passat dels quals no tenim constància influeixen en el comportament d'aquest preu. Això ens ha portat a considerar l'enfocament que s'explica en aquest escrit, en el qual qualsevol predicció que fem tindrà associada una incertesa.

Modelar el mercat de criptomonedes per després invertir-hi capital és una activitat d'alt risc que, si no es duu a terme amb eines de mesura de risc i amb el coneixement del camp adequat, pot comportar grans pèrdues. Aquesta va ser la motivació inicial per a la col·laboració entre l'empresa R de Arquer i el Centre de Recerca Matemàtica (CRM).

El projecte tenia l'objectiu d'estudiar el potencial d'eines matemàtiques en aquest camp, a través de transferir coneixements de l'àmbit

acadèmic, amb l'equip de la Unitat de Transferència de Coneixement i Tecnologia del CRM. L'estudi s'ha centrat en dues fites principals, la predicció de tendències i el càlcul de riscs, i ha establert les bases per la posterior implementació. En aquest projecte hi han participat diversos investigadors i personal tècnic de suport del CRM, la Universitat Autònoma de Barcelona, el Barcelona Supercomputing Center, altres universitats i col·laboradors externs. Des del CRM: Miquel Barcelona, Ferran Pauls, David Romero, Isabel Serra i Teresa Vera. De la Universitat Autònoma de Barcelona: Lluís Alsedà, Alejandra Cabaña i Albert Ruiz, i Llorenç Badiella del Servei d'Estadística Aplicada de la UAB. A més, Axel Brando, del Barcelona Supercomputing Center; Elisa Alòs, de la Universitat Pompeu Fabra; Luis Ortiz, de la Universitat de Barcelona, i Toni Lozano i Aleix Ruiz de Villa com a col·laboradors externs.

A continuació, s'introdueixen els conceptes bàsics sobre el mercat de criptomonedes i mètodes que ens permeten dissenyar la solució final proposada. Posteriorment, a la segona secció, es presenten els diferents mòduls que componen la solució proposada. Finalment, a l'última secció s'exposen els resultats obtinguts, així com conclusions extretes de la col·laboració.

Mercat d'intercanvi de criptodivises

Una criptomoneda o criptodivisa és un objecte d'intercanvi digital que utilitza la criptografia per assegurar les transaccions, controlar la creació de noves divises i verificar la transferència de divises mitjançant tecnologies de registre distribuïdes. En el moment de fer una transacció, podem pensar-ho com si estiguéssim posant preu a un intercanvi. Per exemple, en el mercat denotat com EURUSD estarem comprant euros amb dòlars estatunidencs, mentre que en el nostre cas, tindrem en compte parelles de criptomonedes, com poden ser ethereum (ETH) amb bitcoin (BTC). Entre els diferents reptes que planteja un mercat hi trobem la predicció de tendències o el balanç i la relació entre actius, els quals constitueixen la base sobre la qual treballar. Nosaltres ho tractem des del punt de vista de la probabilitat, l'estadística i les finances quantitatives, ja que són les eines més habituals per a les operacions de compravenda (*trading*). A més, per analitzar el comportament dels mercats, usem l'anàlisi de senyals, ja que eines com la descomposició de senyals són la base de molts algorismes en l'estat de la qüestió de la compravenda. Finalment, usem tècniques d'aprenentatge profund (també conegudes com *deep learning*), que permeten modelar funcions matemàtiques complexes i, cada cop més, permeten obtenir solucions en una gran quantitat problemàtiques amb grans volums de dades fins ara intractables, com és el nostre cas.

Des d'aquest plantejament, l'equip investigador ha elaborat diverses metodologies i algorismes basats en els registres històrics de mercats d'intercanvi; ha analitzat l'impacte d'altres factors en l'evolució dels preus, combinant les diferents metodologies per obtenir un resultat robust, i, finalment, ha dut a terme una avaluació de la capacitat de predicció, els riscs i les suposicions sobre els factors tinguts en compte. El resultat del projecte ha estat el desenvolupament d'un algorisme amb diverses parts, que s'acoblen de manera modular, que permet activar o desactivar cada mòdul de manera autònoma en funció de les condicions, un cop posat en producció.

Un algorisme modular

Quan parlem de mòduls estem fent referència a cada una de les capes de l'algorisme que treballen autònomament usant una o més de les disciplines esmentades a partir de les dades històriques dels mercats utilitzades per entrenar-se i, si és necessari, reentrenar-se de manera automàtica. Amb aquesta estructura s'aconsegueix un algorisme en el qual les diferents parts complementàries es comuniquen entre si per prendre una decisió. A continuació descriurem el funcionament de cada mòdul i en destacarem algunes de les característiques més importants.

1r: regressió no paramètrica

En el primer mòdul dels sis amb els quals treballem, partim de les observacions y_i dels preus, que poden pensar-se originades a partir del model $y_i = g(x_i) + e_i$. Així doncs, ens disposem a estimar la funció $g(x)$ i predir la tendència del preu assumint que e_i és un soroll

blanc. La tècnica amb la qual es treballa és de regressió no paramètrica (és a dir, sense assumir cap estructura per a la funció), en la qual es considera la funció com una expansió en forma de sèrie de *wavelets* i se'n calculen els coeficients utilitzant diferents tècniques perquè l'aproximació g capti el canvis de tendència a un nivell de suavitat adequat. Un cop feta aquesta feina, cal eliminar els coeficients que són, essencialment, soroll pur, de manera que s'obté una aproximació $\hat{g}$ de g que es coneix com a aproximació no lineal; una referència per a aquesta metodologia és [1]. Arribats a aquest punt, el mòdul retorna la tendència que segueix $\hat{g}$ respecte al preu real de mercat i, per tant, es pot establir un curs d'acció que permeti prendre decisions a l'hora de comprar o vendre.

2n: Detecció de canvis de tendència

El segon mòdul de l'algorisme es basa en la segmentació de la sèrie de preus amb l'objectiu de captar els instants de canvi de tendència. Les sèries de dades de les parelles de criptodivises no són estacionàries, de manera que podem trobar canvis en la mitjana i la variància; en el cas de les taxes de canvi, entre dues criptomonedes, i en la variància, en el cas dels beneficis. Les autocorrelacions temporals, en canvi, no són fortes; per tant, a l'hora de fer prediccions, convé segmentar la sèrie en parts estacionàries i quedar-se amb l'última part per tal d'estimar la tendència. Així doncs, la feina d'aquest mòdul pot dividir-se en dues parts. La primera consisteix a aplicar algorismes ja coneguts [2] per tal de segmentar la sèrie històrica de preus en segments que tinguin variància constant. Un cop fet això, la segona part del mòdul s'encarrega d'usar models disponibles a la bibliografia per tal d'estimar la tendència que seguirà la sèrie temporal a partir de l'últim segment que s'ha trobat estacionari i predir l'esdeveniment següent.

3r: Anàlisi fractal

El tercer mòdul pretén determinar si els retorns són variables aleatòries correlacionades mitjançant l'anàlisi fractal, una eina poc comuna al *trading* però amb molt potencial. L'eina fonamental que utilitza l'anàlisi fractal es coneix com a índex (o paràmetre) de Hurst, H [3]. Aquest coeficient es calcula a partir de l'estudi de la sèrie temporal dels retorns $ln(S_{n+1}/S_n)$ mitjançant la qual es pretén determinar si la sèrie és persistent (és a dir, les tendències es conserven) o si, pel contrari, té propietats de retorn a la mitjana. En ambdós casos, l'índex de Hurst capta aquesta informació a partir del valor que prengui. En particular, això es veu reflectit en H quan pren valors a l'interval $(0.5, 1)$ en el primer dels casos, i en el segon, quan H es troba a $(0, 0.5)$. Si $H = 0.5$ direm que els retorns no són correlacionats, una hipòtesi que, tot i ser assumida en la gran majoria dels models per a preus d'actius, no necessàriament certa, per exemple, en mercats emergents, com és el de les criptomonedes [4]. En el nostre escenari, tindrem períodes de persistència i antipersistència, i ens hi podrem basar per operar de manera òptima a partir del valor de H, que dependrà fortament de l'escala temporal a la qual s'estigui observant la sèrie.

4t: Predicció d'intervals de confiança

Les xarxes neuronals (o també anomenades en anglès *deep learning*) són uns models matemàtics d'aprenentatge automàtic dins el camp de la intel·ligència artificial que permeten aprendre funcions matemàtiques complexes. En els problemes de regressió, típicament, aquests models estan dissenyats de manera que prediuen un valor esperat òptim. Tot i això, com hem introduït en l'apartat de presentació, desconeixem molta informació rellevant per poder predir de manera determinista l'evolució del preu en el futur, així que en el quart mòdul es modifiquen els models de xarxes neuronals per tal que no prediguin un únic valor puntual sinó unes cotes inferiors i superiors de valors possibles a futur per prendre decisions a posteriori i definir intervals de confiança.

Per construir aquestes cotes, optimitzem les xarxes neuronals mitjançant regressió quantílica [5, 6, 7], la qual ens permet predir les diferents cotes requerides per crear els intervals de confiança desitjats.

Quan els intervals de confiança estan definits, els avaluem i calibrem per comprovar-ne la validesa i tenir un criteri de quan toca que aquestes xarxes siguin reentrenades amb noves dades.

5è: Detecció de tendència a curt termini

Els preus diaris són una sèrie molt volàtil, que pot dependre de factors externs com notícies, tuits, decisions geopolítiques, etc. Al mateix temps, s'observa que els preus intradia segueixen, a la pràctica, patrons aleatoris. Aquest fet provoca que predir la tendència alcista o baixista a curt termini resulti molt difícil, alhora que molt important. El cinquè mòdul es proposa una metodologia que té com a objectiu principal determinar si el futur serà genèricament alcista o baixista. Per fer-ho, el mòdul es basa en l'ús de xarxes neuronals que modelen la informació de la sèrie històrica de preus i reporten una resposta binària (indicant si baixarà o pujarà a futur el valor de la sèrie). En particular, per tal d'aprendre millor el lligam temporal del tipus de dades a usar, la xarxa tindrà una arquitectura recurrent [8, 9] amb tres entrades diferents, i es caracteritzaran agregacions múltiples temporals:

- Els valors diaris de la sèrie de preus de l'últim mes per obtenir una situació general de la sèrie.
- Els valors horaris dels últims dies.
- Els valors minut a minut de l'última hora per capturar el major nombre de detalls.

D'aquesta manera, l'entrada de la xarxa és un vector de grans dimensions resultant de la concatenació dels vectors resultants per a cada una de les tres entrades diferents. En aquest punt, s'ajusta la sortida de la xarxa a un valor determinat que especifiqui la probabilitat que la tendència de la sèrie sigui positiva o negativa a curt termini.

6è: Ajust del risc mitjançant conformals

Com s'ha explicat a la introducció, la sola predicció dels preus i tendències de la sèrie no és suficient a l'hora de comprar i vendre. Finalment, per tenir una solució a aquesta limitació, l'últim i sisè mòdul serveix per aconseguir una estimació del risc en cada cas i veure com s'ajusten a les dades diferents tècniques de predicció amb intervals de confiança per poder ajustar el nivell de risc que s'assumeix en cada operació. El mètode utilitzat es basa en la tècnica de *conformal prediction* [10, 11]. Aquesta tècnica considera dues particions del conjunt de dades original: una que utilitzem per entrenar un model per fer les estimacions i l'altra per fer prediccions puntuals i obtenir la magnitud dels errors a partir d'un segon model.

Conclusions

Tots els mòduls estan subjectes a ajustaments tant manuals com de reentrenament, i poden ser utilitzats o no depenent de la seva utilitat i eficiència en el context, per generar així el nostre algorisme.

Perquè aquest algorisme sigui eficient, és necessari tenir en compte sota quines condicions s'està utilitzant en termes de freqüència temporal de la sèrie o parella de criptomonedes. En cada un d'aquests escenaris, caldrà modificar diferents paràmetres o bé desactivar certs mòduls de l'estructura per ajustar-se a les característiques de la sèrie observada i poder captar correctament la tendència amb el menor risc possible. Per exemple, no és el mateix treballar amb una sèrie de preus diària que presenta un comportament menys entròpic i, per tant, predomina més la tendència, que fer-ho amb una sèrie minut a minut, que té una naturalesa molt més aleatòria. D'aquesta manera, l'estructura modular proposada per a l'algorisme en qüestió el dota de les eines suficients per poder adaptar-se a les diferents circumstàncies que es presentin de manera pràcticament automàtica basat en regles que tenen en compte la validesa del model posat en producció.

Referències

[1] Abramovich, F.; Bailey, T. C.; Sapatinas T. *Wavelet analysis and its statistical applications* (1999).

[2] Lavielle, M. Optimal segmentation of random processes. *IEEE Transactions on signal Processing* **46**, 1365-1373 (1998).

[3] Anis, A. A.; Lloyd, E. H. The expected value of the adjusted rescaled hurst range of independent normal summands. *Biometrika* **63**, 111-116 (1976).

[4] Garnier, J.; Solna, K. Chaos and order in the bitcoin market. *Physica A: Statistical*

mechanics and its applications **524**, 708-721 (2019).

[5] Dabney, W.; Ostrovski, G.; Silver, D.; Munos, R. *Implicit quantile networks for distributional reinforcement learning an international conference on machine learning,*, 1096-1105, (2018).

[6] Tagasovska, N.; Lopez-Paz, D. *Single-model uncertainties for deep learning advances in neural information processing systems*, 6417-6428, (2019).

[7] Brando, A.; Rodriguez-Serrano, J. A.; Vitria, J.; Muñoz, A. R. *Modelling heterogeneous distributions with an uncountable mixture of asymmetric laplacians advances in neural information processing systems*, 8836-8846, (2019).

[8] Rather, A. M.; Agarwal, A.; Sastry, V. Recurrent neural network and a hybrid model for predictionof stock returns. *Expert systems with applications* **42**, 3234-3241 (2015).

[9] Sezer, O. B.; Gudelek, M. U.; Ozbayoglu, A. M. Financial time series forecasting with deep learning: A systematic literature review: 2005–2019. *Applied soft computing* **90**, 106181 (2020).

[10] Vovk, V.; Gammerman, A.; Shafer, G. *Algorithmic learning in a random world* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005).

[11] Shafer, G.; Vovk, V. A tutorial on conformal prediction. *Journal of Machine Learning Research* **9** (2008).

Matemàtiques i art

El congrès *Bridges* de connexions matemàtiques

Josep Tarrés Turon, enginyer
Montse Alsina, UPC

Briges: Mathematical connections in art, music and science és el congrés anual de referència mundial en art i matemàtiques en un sentit ampli, ja que connecta matemàtiques amb art, música, arquitectura i cultura.

Origen i abast del congrés

Bridges va néixer dels congressos d'art i matemàtiques organitzats anualment del 1992 al 1997 per Nat Friedman, matemàtic i escultor, a la Universitat Estatal d'Albany, a l'estat de Nova York. A partir d'allà, el 1998 Friedman va formar la Societat Internacional de les Arts, les Matemàtiques i l'Arquitectura (ISAMA) i el primer congrés Isama es va fer a Sant Sebastià l'any següent, el 1999. D'altra banda, aquell mateix 1998 es van dur a terme sis conferències de matemàtiques i art, inclosa la primera conferència Bridges organitzada per Reza Sarhangi a Winfield, a l'estat de Kansas. Des d'aleshores ha tingut lloc en diferents ciutats d'Europa, Amèrica del Nord i Àsia, amb participants de més de 30 països.

El congrés té una part de conferències plenàries, ponències i tallers, a partir de la qual s'editen anualment les actes del congrés, que trobareu al web `https://www.bridgesmathart.org`.

Des del 2001, incorpora una exposició d'obres d'art relacionat amb matemàtiques, anomenada "Mathematical art galleries". Al llarg dels anys, els artistes s'han inspirat en les matemàtiques de fractals, poliedres, geometria no-euclidiana i quatre dimensions, mosaics, teoria de nusos, teoria de nombres, etc. La increïble gamma de materials, tècniques i conceptes és una mostra visible de l'amplitud i la profunditat de les matemàtiques i les seves aplicacions. Els artistes professionals exhibeixen la seva obra al costat de matemàtics i d'altres amb una formació artística menys formal.

En el marc del congrés, també s'hi organitzen esdeveniments ben variats relacionats amb art i matemàtiques, com ara un festival de curtmetratges, presentacions de moda, teatre, poesia, etc. Tot plegat en un ambient que defuig l'a-