

MAGNITUDS ADIMENSIONALS I DE DIMENSIÓ U

Albert Garcia-Benadí

SARTI, Universitat Politècnica de Catalunya

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5560-4392>

En el camp de les matemàtiques, qualsevol nombre, real o no, no té per què disposar d'unitats, però en física i, sobretot, en metrologia sí que és imprescindible. Posem per cas que un corredor està competint en una cursa i ja està molt cansat, i li pregunta a una persona de l'àrea d'aviuallament quant falta per a l'arribada, i la resposta és 5. El corredor no sap si són 5 metres, 5 kilòmetres o 5 hectòmetres. Aquí resideix la importància de les unitats de mesura. Cal recordar que només hi ha set unitats bàsiques, especificades en el sistema internacional d'unitats (SI)[1], però en aquest article no abordarem aquest tema tan interessant.

Nosaltres parlarem dels adimensionals, però que vol dir *adimensional*? La resposta és senzilla: 'que no té cap unitat de mesura associada', per exemple, el que comentàvem dels nombres en matemàtiques, tots són adimensionals. Però, aleshores, quina és la diferència entre un paràmetre adimensional i un de dimensió *u*? La diferència és que quan indiquem que el paràmetre té dimensió *u*, ja diem que és un paràmetre obtingut d'un quocient d'unitats, que es cancel·len. Per a fer-ho més entenedor, partim d'un paràmetre *Q*, que segueix l'equació:

$$\dim Q = T^\alpha \Gamma^\beta \Theta^\epsilon \dots$$

Veiem que *Q* es defineix per un producte de diversos paràmetres amb exponent, per tant, dimensionals, però ens trobem en el cas en què en fer els productes, la dimensió de *Q* és igual a zero. Per a entendre millor aquest concepte, podem pensar en l'exemple de l'índex de refracció d'un medi, que es defineix com el quocient entre dues velocitats i la permitivitat relativa, com el quocient entre la permitivitat d'un medi elèctric i la del buit. Com que les dimensions, o sigui les unitats, es cancel·len, aquestes magnituds són simplement nombres. La unitat associada és la unitat *u*, amb símbol 1, tot i que la unitat *u* rarament s'escriu explícitament.

Però no pensem únicament en unitats de mesura del SI, ja que també hi existeixen magnituds que no poden ser descrites mitjançant les set magnituds bàsiques del sistema internacional, però el valor de les quals es mesura per recompte. Per exemple, el nombre de molècules, d'entitats cel·lulars o bimoleculares (com ara les còpies d'una seqüència particular d'àcid nucleic) o la degeneració en mecànica

quàntica. Aquestes magnituds també tenen com a unitat el nombre *u*.

La unitat *u* és necessàriament l'element neutre de qualsevol sistema d'unitats; hi és automàticament present. No hi ha la necessitat d'introduir la unitat *u* al SI mitjançant una decisió formal. Així doncs, es pot establir la traçabilitat formal al SI mitjançant procediments de mesura adequats i validats.

Cal assenyalar que quan un paràmetre és el resultat del quocient entre dos paràmetres de la mateixa magnitud (magnituds de longitud, fraccions molars, etc.) es poden expressar amb unitats (m/m, mol/mol) per tal de facilitar la comprensió de la magnitud expressada i per tal de permetre l'ús de prefixos inclosos dins el SI, si es prefereix ($\mu\text{m}/\text{m}$, nmol/mol). Això no és possible amb les magnituds de recompte que són simplement nombres.

El símbol % (per cent), reconegut internacionalment, es pot usar amb el SI. Quan s'utilitza, convé deixar un espai entre el nombre i el símbol %. És preferible emprar el símbol % en comptes de l'expressió *per cent*. En un text, el símbol % en general significa 'parts per cent'. No s'han de fer servir expressions com ara *percentatge de massa*, *percentatge de volum*, *percentatge de quantitat de substància*. La informació addicional sobre la magnitud en qüestió s'ha de proporcionar mitjançant el nom i el símbol de la magnitud.

També s'utilitza el terme *part per milió* (abreviatura ppm), que significa 10^{-6} en valor relatiu, 1×10^{-6} . L'expressió és anàloga a *per cent* amb el sentit de 'parts per cent'. Els termes *part per bilió* i *part per trilió* i les seves abreviatures respectives ppb i ppt també es fan servir, però, com que el seu significat varia segons la llengua, és preferible evitar-los.

Algunes d'aquestes magnituds de dimensió *u* més utilitzades són els angles plans i els angles sòlids, la definició de les quals és:

- L'angle pla entre dues línies que tenen l'origen en un punt comú és igual a la longitud de l'arc de circumferència *s* que recorre entre aquestes línies un radi vector de longitud *r* des del punt comú, dividit entre la longitud del radi vector, $\theta = s/r$ rad. L'angle de fase (habitualment anomenat *fase*) és l'argument de qualsevol nombre complex. És l'angle entre l'eix real po-

sitiu i el radi de la representació polar del nombre complex al pla complex.

- L'angle sòlid correspon al quocient entre l'àrea A de la superfície d'una esfera de radi r i el radi al quadrat, $\Omega = \frac{A}{r^2}$ sr.

Veiem, doncs, que aquesta magnitud també és de dimensió u, però a nosaltres sempre ens han parlat de *graus*, *radians* i *estereoradians*... Com és això? La resposta la podem trobar en la decisió de l'11a Conferència General de Pesos i Mesures (CGPM) que va adoptar el SI el 1960,¹ on es van crear unitats suplementàries, ja que s'utilitzaven molt. S'hi van incloure els radian i l'estereoradian, en què un radian correspon a l'angle pel qual $s = r$; així, 1 rad = 1. La mesura de l'angle recte és exactament igual al nombre $\pi/2$. El grau és una convenció històrica. La conversió entre radians i graus prové de la relació $360^\circ = 2\pi$ rad. Cal remarcar que el grau, amb símbol $^\circ$, no és una unitat del SI. I un estereoradian correspon a l'angle sòlid per al qual $A = r^2$; així, 1 sr = 1.

Per tant, malgrat que són magnituds de dimensió u, disposen d'una unitat derivada del SI per a l'angle pla i l'angle

de fase: és el radian, amb símbol rad. La de l'angle sòlid és l'estereoradian, amb símbol sr. Aquesta decisió va canviar el 1995 en què a la 20a CGPM² ja es va decidir donar entitat pròpia al rad i sr.

Cal assenyalar que les unitats rad i sr corresponen, respectivament, als quocients entre dues longituds i dues longituds al quadrat. Tot i això, les unitats rad i sr només s'han de fer servir per a expressar angles i angles sòlids, i no per a expressar quocients entre longituds o longituds al quadrat en general.

Amb aquest article volem fer palès la importància de conèixer les unitats, així com la seva absència, i no menysprear-les per aquest motiu.

Referències

- [1] OFICINA INTERNACIONAL DE PESOS I MESURES (BIPM). *El Sistema Internacional d'Unitats (SI)*. 9a edició. [Barcelona: Institut d'Estudis Catalans], 2019. DOI: 10.2436/10.2001.02.1.

1. Quan l'11a CGPM va adoptar el SI el 1960, es va crear la categoria unitats suplementàries per tal d'incloure-hi el radian i l'estereoradian.

2. A la 20a CGPM (1995) es va decidir: 1) «interpretar les unitats suplementàries al SI, és a dir, el radian i l'estereoradian, com a unitats derivades adimensionals, els noms i símbols de les quals es poden, però no necessàriament, usar en les expressions d'altres unitats derivades del SI, segons convingui» i 2) suprimir la classe independent dins el SI de les unitats suplementàries.